

КОНЦЕПТУАЛЬНЫЕ ОСНОВЫ ПРОГНОЗИРОВАНИЯ И УПРАВЛЕНИЯ КАТАСТРОФИЧЕСКИМИ ПРОЦЕССАМИ ПРИ ФУНКЦИОНИРОВАНИИ ЭКОЛОГИЧЕСКИХ СИСТЕМ

А.А. Волчек, Л.В. Образцов, П.В. Шведовский

В статье рассмотрены концептуальные основы прогнозирования проявления катастрофических процессов в функционировании экологических систем в условиях инновационного развития общества и возможностей управления ими. Предлагается использовать аппарат производящих функций и принципы максимума неопределенности. Рассмотрен практический пример формирования критического состояния экологических систем Белорусского Полесья.

Введение

Высокая цена ошибочных решений при прогнозировании катастрофических процессов при функционировании экологических систем в условиях инновационного развития обуславливает необходимость обращения к методологии системно-информационного анализа сложных процессов и систем и базирования исследований не на классических моделях, а на моделях, сформированных на рандомизации параметров закона Пуассона или использующих аппарат производящих функций, принцип максимума неопределенности и Лагранжевые вероятностные распределения.

Принципиальным отличием скачковых изменений в развитии экологических систем, от большинства эргономических и социально-экономических систем, является неопределенность и искажаемость «массовой» информации о прогнозируемых условиях их функционирования [1, 2, 3].

Поэтому системно-информационный анализ, особенно региональных экологических проблем, обуславливает необходимость учета фактора неопределенности и стохастичности, как объективных свойств условий, сопутствующих всему процессу развития экологических систем.

Учет вышеназванных факторов определяется как неопределенностью полноты, сложности и искаженности информации, т.е. внутренними и внешними факторами, так и неопределенностью разнообразия природоохранных технологий и условий их функционирования.

Построение прогнозных моделей для них требует использования вариационных принципов с разработкой методов построения экстремальных законов распределения их параметров в условиях ограниченной информации по тенденциям развития эколого-экономической, природоохранной, природовосстановительной, ресурсосберегающей и эргономической систем как высшего, так и низшего порядков.

Анализ традиционных методов решения проблемы

Прогнозирование значимых качественных скачковых изменений в структуре экологических систем относится к группе достаточно сложных

математических задач. Сегодня оно чаще всего осуществляется на детерминистической или стохастической основе [4, 5, 6].

Детерминистическая модель ступенчатых катастрофических процессов базируется на следующей функции

$$z = \sum_{i=0}^n a_i \cdot n \cdot (t - t_i), \quad (1)$$

где z – мера, определяющая уровень процесса; a_i – величина скачка меры z , связанная с появлением i -ой «разладки» эволюционного процесса развития экологической системы; t – момент реализации i -го скачка с частными законами распределением $F(Z)$ и $G(t)$ определяемыми функционалом –

$$J_0[F(z), G(t)] = \frac{\sigma_z \cdot \sigma_t}{(\bar{z} + J_1) \cdot (\bar{t} + J_2)}; \quad (2)$$

$$\left. \begin{aligned} J_1 &= 2 \cdot \int z \cdot f(z) \cdot F(z) \cdot dz; & z \in w(z); \\ J_2 &= 2 \cdot \int t \cdot q(t) \cdot G(t) \cdot dt; & t \in w(t); \end{aligned} \right\}; \quad (3)$$

где $f(z)$ – возрастающая функция целочисленного аргумента определяющая рост величины скачков в условиях инновационного развития общества; $q(t)$ – убывающая функция определяющая соответственно учащение скачков; σ_z и σ_t – средние квадратические отклонения выборок.

Такой подход позволяет по маргинальным распределениям двух случайных величин и коэффициентам корреляции определять совместную плотность, ее параметры и построить моделирующий алгоритм формирования скачков вида: вида

$$f(z_1, \dots, z_n) = \frac{\partial^n F(z_1, \dots, z_n)}{\partial z_1 \dots \partial z_n}. \quad (4)$$

Если координаты вектора Z независимы, то

$$F(z_1, \dots, z_n) = \prod_{i=1}^n F_i(z_i), \quad (5)$$

и тогда многомерная случайная величина Z моделируется путем последовательного моделирования каждой из ее независимых координат $(z_i, i = \overline{1, n})$, подчиненных закону распределения $F_i(z_i)$.

Если координаты зависимы, то

$$f(z_1, \dots, z_n) = f_1(z_1) \cdot f_2(z_2 / z_1) \dots f_n(z_n / z_1, \dots, z_{n-1}), \quad (6)$$

и тогда прогнозирование сводится к последовательному моделированию координат с условными плотностями распределений, при инверсировании функции с помощью операторных рядов.

Однако, эти модели на детерминистической основе не в полной мере учитывают случайные факторы объективно присущие экологическим системам.

Исходя из принципа максимума неопределенности, наиболее приемлемой является модель двухмерного показательного распределения Гумбеля

$$f(z, t) = \frac{1}{x_o \cdot t_o} \cdot \exp\left[\frac{z}{z_o} - \frac{t}{t_o}\right] \cdot \left[1 + P \cdot \left(2 \cdot \exp\frac{z}{z_o} - 1\right) \cdot \left(2 \cdot \exp\frac{t}{t_o} - 1\right)\right], \quad (7)$$

где z_o и t_o – средние величины скачков и периодичность их появления; p – параметр закона распределения и $P = 4r_{zt}$; r_{zt} – коэффициент корреляции.

С учетом проявления случайностей для маргинальных (частных) распределений плотность может быть описана в виде

$$n(z, t) = f(z) \cdot q(t) \cdot \left\{1 + \gamma \cdot [1 - 2 \cdot F(z)] \cdot [1 - 2 \cdot G(t)]\right\}, \quad (8)$$

$$\text{где } \gamma = z_{z,t} \cdot \frac{\sigma_z \cdot \sigma_t}{(\bar{z} + J_1) \cdot (\bar{t} + J_2)}; \quad (9)$$

q – параметр закона распределения, определяемый линейной функцией коэффициента корреляции и $q = r_{zt} \cdot J_o [F(z), G(t)]$.

Наиболее простой моделирующий алгоритм для локальных, относительно однородных экологических систем, имеет вид:

$$z = -z_o \ln \alpha_1; \quad t = t_o \cdot \ln \frac{2k}{\sqrt{(1+k)^2 - 4k\alpha_2} - 1 + a}; \quad (10)$$

$$\text{где } k = p \cdot \left(2 \cdot \exp\frac{z}{z_o} - 1\right); \quad \alpha_1 = F(z); \quad \alpha_2 = F_{2/z}(t/z); \quad (11)$$

α_1 и α_2 – неизвестные равномерно распределенные на интервале $[0, 1]$ случайные числа, имеющие совместную условную плотность вероятностей; z_o и t_o – соответственно средняя периодичность появления скачков; a – величина меры скачка, z , определяющая уровень процесса в условиях доинновационного развития общества.

Так как, зачастую ограниченность объема информации затрудняет определимость маргинальных распределений $F(z)$ и $G(t)$, то используется сглаженная функция квантилей, которая может быть прообразом моделирующего алгоритма имеющего вид –

$$z = \sum_{k=1}^{n-1} c_k \cdot p^k; \quad t = \sum a_k \cdot q^k, \quad (12)$$

где c_k – мера периодичности скачков.

В качестве количественной оценки качественных изменений однородных экологических систем при скачкообразном ее переходе из i -го состояния в $(i+1)$ -ое состояние целесообразно принять момент времени, начиная с которого последующий процесс эволюционного развития будет осуществляться по другой траектории с новыми начальными параметрами.

Возможные оптимизационные методы решения проблемы

Ограниченность и множественность неопределенностей в функционировании экологических систем требует для прогнозирования и возможного управления развитием в них катастрофических процессов [1, 7], определяет необходимость использования теории нечетких множеств [1, 8] и мер базирующихся на моделях нечетких процессов (таблица 1).

Применимость математических теорий с позиции учета основных характеристик неопределенности

Учитываемая характеристика неопределенности	Возможности теорий по учету факторов неопределенности						
	Вероятности	Ошибок (интервальных моделей)	Интервальных средних	Субъективных вероятностей	Многозначной логики	Нечетких множеств	Нечетких мер и интервалов
Физическая числовая неопределенность	+	+	+	+	-	+	+
Физическая нечисловая неопределенность	+	-	+	+	+	+	+
Противоречия между точностью и неопределенностью	-	-	+	+	+	+	+
Возможность количественной оценки неопределенности	+	-	-	+	-	+	+
Эффективность формализации полного незнания	-	+	+	+	+	+	+
Требования жесткого определения всех событий, факторов и характеристик	-	+	+	-	+	+	+
Возможность эффективного учета взаимовлияния неопределенности	-	-	-	-	+	-	+
Возможность получения оптимистических и пессимистических оценок и уровня доверия к ним	+	-	+	+	-	+	+
Единство подхода к представлению точных, неполных, неопределенных и нечетких знаний	-	-	-	-	-	-	+
Возможность работы с неопределенной информацией на базе малых статистических выборок	-	+	+	-	+	+	+

Примечание: (+) – возможен, (-) – невозможен учет факторов неопределенности.

Отметим, что нечеткая мера является обобщенным понятием вероятностной меры, свободной от ряда ограничений. При этом сама мера – это функция множества $m:P(x) \rightarrow R$, где $P(x)$ – множество всех подмножеств x , и R – множество действительных чисел [3].

С математической точки зрения нечеткая мера $q(\bullet)$ является однопараметрическим расширением вероятностной меры, которая удовлетворяет условиям ограниченности, монотонности и непрерывности.

Что касается понятия нечетких процессов, то под ними необходимо понимать процесс, состояние которого в каждый момент времени $t=T$ может быть описано некоторым распределением нечеткости на пространстве состояний процесса Ω .

Состояние любой экологической системы может быть определено совокупностью динамических процессов, которые формируются действием совокупности внешних и внутренних факторов $x = \{x\}$, при этом для фактора $x_k \in x$ возможное состояние процесса ограничивается некоторым нечётким процессом, описываемым нечётко-интегральным уравнением вида:

$$\sigma_{x_k} \left(\frac{\omega}{t_{np}} \right) = \int_T h_{x_k}(\omega, t_{np}) \cdot \int_{\Psi_T(\omega)} f_{t_{np}}(\omega) \cdot g_\omega(\bullet), \quad (13)$$

где $t_{np} \in T$; T – нечеткий временной интервал прогноза; $\sigma_{x_k} \left(\frac{\omega}{t_{np}} \right)$ – функция распределения нечеткой меры (нечеткости) на T , связывающей пространства T и Ω , т. е. $\sigma_{x_k} \left(\frac{\omega}{t_{np}} \right): T \rightarrow [01]$; $\int(\bullet)$ – нечеткий интеграл; $g_\omega(\bullet)$ – расширенная нечеткая мера; $h_{x_k}(\omega, t_{np})$ – функция преобразования нечеткой динамической системы, определяющей её динамику и $h_{x_k}(\omega, t_{np}): (\Omega \times T) \times \Omega \rightarrow [01]$; $f_{t_{np}}(\omega)$ – функция распределения плотности произвольного нечеткого множества.

Зная или задаваясь важностью влияния различных факторов $p(x): X \rightarrow [01]$, прогнозирование состояние экологической системы (объекта) сводится к нахождению такого нечеткого процесса, который бы агрегировал исходный процесс с учетом функции $p(x)$, т. е.

$$\bar{S}_{t_{np}}(\omega) = F(\sigma_{x_k}(\omega, t_{np}), p(x)), \quad (14)$$

где F – оператор оперирования функции.

Таким операторам может выступать нечеткий интеграл на множестве X по некоторой нечеткой мере $\bar{\omega}_x(\bullet)$. А так как агрегирующие свойства нечеткого интеграла определяются распределением меры $\bar{\omega}_x(\bullet)$, то в зависимости от нее он может определяться как операцией со свойствами объединения, так и операцией со свойствами нечетких множеств со следующими мерами [9, 10]:

– для объединения множеств

$$q_F = \int_x \eta(x) \cdot \bar{\omega}(\bullet), \quad (15)$$

где $\eta(x_j) = \frac{n-j}{n-1}, x_j \in X$;

– для пересечения множеств

$$\iota_F = 1 - q_F, \quad (16)$$

С учетом функции важности $p(x)$ нечетко-интегральное уравнение принимает вид:

$$\sigma'_{x_k}(\omega, t_{np}) = (p(x_k) \iota_F) \cdot \sigma_{x_k}(\omega, t_{np})^{(p(x_k) q_F)}, \quad (17)$$

и соответственно –

$$\bar{S}_{t_{np}}(\omega) = \int_x \sum(x_k | \omega, t_{np}) \cdot \bar{\omega}_x(\bullet | \omega), \quad (18)$$

где $\bar{\omega}_x(\bullet | \omega)$ – условная нечеткая мера оператора F .

Для описания дискретного нечеткого процесса можно использовать уравнение вида:

$$\mu_{i+1}(\omega) = \int_{\Omega_1} h(\omega, \omega') \cdot \int_{\Omega} \mu_i(\omega) \cdot q(\bullet), \quad (19)$$

где $\mu_i(\omega)$ – функция, описывающая состояние нечеткого процесса в i -ый момент времени; $q(\bullet)$ – нечеткая мера на пространстве состояний; $h(\omega, \omega')$ – нечеткое отношение, реализующее оператор вход-выход на расчетном временном интервале и $h(\omega, \omega') = \mu_{i+1}(\omega') \cdot \chi_{H_{\mu_{i+1}}}(\omega)$, $\chi_{H_{\mu_{i+1}}}(\omega)$ – характеристическая функция множества для фиксированного $\omega' \in \Omega$.

Мера соответствия $\mu^m(\omega)$ истинному состоянию нечеткого процесса может определяться мерой возможности (оптимистический) или мерой необходимости (пессимистический вариант), т. е.

$$\begin{cases} v(\mu^u, \mu^m) = \min_{\omega \in \Omega} \{ \mu^u(\omega); \mu^m(\omega) \} \\ v(\mu^u, \mu^m) = \max_{\omega \in \Omega} \{ \mu^m(\omega), 1 - \mu^u(\omega) \} \end{cases} \quad (20)$$

Для модели нечеткого процесса на пространстве Ω нечетко-дифференциальное уравнение имеет вид –

$$fd\mu(\omega) = [h(\omega, u) \cdot \bar{c}(\omega, u)] df_{\tau}^m(\omega), \quad (21)$$

где $\bar{c}(\omega, u)$ – нечеткая функция управления, заданная на пространстве U – значений управляющего воздействия ($u \in U$); $h(\omega, u)$ – оператор нечеткой динамической системы (объекта); $f_{\tau}^m(\omega)$ – нечеткий процесс на Ω пространстве ($\omega \in \Omega$).

Полагая, что эффективность управления нечеткой динамической системой определяется множеством критериев $\theta(v)$ с нечеткой мерой их важности $q_{\theta}(\bullet): 2^{\theta} \rightarrow [0, 1]$, в общем случае потери (ухудшение, изменение) $l(v, u)$ по каждому из показателей (факторов, условий) $v \in \Omega$ зависят от выбора управления $u(t, \omega) \in U$ в конкретный момент времени и для конкретного состояния системы, т. е. $l(v, u): \theta \times U \rightarrow [0, 1]$.

При этом нечеткое отношение $l(\omega, u)$ характеризует распределение меры возможности потерь по $v \in \Omega$ при $u \in U$, а $l'(v, u)$ – меру выгоды и $l'(v, u) = 1 - l(v, u)$.

Отсюда соответственно максимально возможная выгода по критерию $v \in \theta$ при выборе управления из подмножества $E \subseteq U$ определится соотношением

$$j = \max_{u \in E} [1 - l(v, u)], \quad (22)$$

а минимально возможные потери v соотношением

$$v = 1 - \max_{u \in E} [\chi_E(v, u) \cdot (1 - l(v, u))], \quad (23)$$

где $\chi_E(\bullet)$ – характеристическая функция множества $E \subseteq U$.

И тогда соответственно выигрыш по всем критериям в текущий момент времени определится зависимостью:

$$l'_\theta(u) = \int_{\theta} l'(v, u) \cdot g_\theta(\bullet), \quad (24)$$

а интегральный выигрыш определится функционалом:

$$I = \int_T l'_\theta(u) \cdot \int_{\Psi_t(\bullet|\omega)} f_T(\omega) \cdot q(\bullet), \quad (25)$$

где $q(\bullet): 2^\Omega \rightarrow [01]$, $f_T: \Omega \rightarrow [01]$ – нечеткий процесс на Ω задающей временную нечеткость динамики нечеткого динамического процесса.

Отсюда в соответствии с принципом оптимальности Белмана функциональное неравенство для определения оптимального управления примет вид:

$$I(u^*) \geq \max_{u \in U} \int_{\theta} l'(u, v) \cdot q_\theta, \quad (26)$$

где $l'(u, v)$ – функция выигрыша является нечетким аналогом функции Беллмана.

Если рассматривать случай, когда управление определяется не только временем $t \in T$, но и состоянием системы (объекта) $\omega \in \Omega$, т. е. выбором нечеткой стратегии управления $S_t(\omega): U \times \Omega \rightarrow [01]$ в момент $t \in T$, то нечеткий выигрыш определяется нечетким отношением $l(v, S_t(\omega): \theta \times (U \times \Omega)) \rightarrow [01]$ с расчетными зависимостями:

$$\phi_\tau(u) = \int_{\mu_\tau(\omega)} b(u, \omega) \cdot q(\bullet); b(u, \omega) = \int_{\theta} [1 - l(u, v) \cdot \sigma_\theta(\bullet|\omega)], \quad (27)$$

где $\mu_\tau(\omega)$ – текущее состояние системы (нечеткое подмножество); $\sigma_\theta(\bullet|\omega)$ – условная нечеткая мера важности критериев $v \in \theta$ в состоянии $\omega \in \Omega$.

Отсюда основу решения любых экологических проблем методами теории нечетких интегралов, множеств и мер составляет формализация нечетких данных.

Рассмотрим формализацию нечетких данных для оценки уровня риска $d \in D$ формирования критического состояния экологических систем Белорусского Полесья (таблица 2) [1].

При формализации использованы q – нечетких мер, следующим образом зависят от параметров нормировки:

$$\left. \begin{aligned} M_n \in -1 < \lambda < 0; \quad M_{\text{вз}} \in \lambda = -1; \quad M_H \in \lambda > 0; \\ M_D \in \lambda > 0; \quad M_{\text{сп}} \in \lambda = 0. \end{aligned} \right\}. \quad (28)$$

Отметим также, что любые четкие данные представимы примитивным классом мер, т. е. мерами Дирака и

$$\mu(d) = \begin{cases} 1, x_0 \in A; \\ 0, x_0 \notin A, -\infty < \lambda < \infty \end{cases}, \quad (29)$$

где x_0 – заданный элемент в пространстве (носителе меры) X .

Формализация нечетких данных для оценки уровня риска по экологическим системам
Белорусского Полесья

Описание данных	Формализованное представление данных
Полная уверенность, что риска нет	$\mu(d) = \begin{cases} 0, & d \in D \setminus \{6\} \\ 1, & d = 6 \end{cases}$
Полная уверенность, что риск есть, но тяжело оценить его значение	$\mu(d) = \begin{cases} 1, & \mu(\cdot) = M_{вз}(\cdot), d \neq 6 \\ \lambda \in [0,1] \mu(\cdot) = M_n(\cdot), M_D(\cdot), d \neq 6 \\ 0, & \mu(\cdot) = M_H(\cdot), d = 6 \end{cases}$
Полная уверенность, что риск есть, однако известно, что его значение от минимального до допустимого	$\mu(d) = \begin{cases} 1, & d \in [2,3] \\ 0, & d \notin [2,3] \\ 0, & d = 6 \end{cases}$
Полная уверенность, что риск есть, но значение его четко неизвестно	$\mu(d) = \begin{cases} \varphi(d), & d \in D \setminus \{6\} \\ 0, & d = 6 \end{cases}$, $\varphi(d)$ — распределение нечёткости для риска низкого уровня
Полная уверенность, что риск допустимый	$\mu(d) = \begin{cases} 0, & d \in D \setminus \{3\} \\ 1, & d = 3 \end{cases}$
Вполне правдоподобно, что есть риск достаточно высокого уровня, но имеется и ненулевая возможность λ что риска нет	$\mu(d) = \begin{cases} M_n, & d \in D \setminus \{6\} \\ \lambda, & d = 6 \end{cases}$, M_n — распределение меры правдоподобия для риска высокого уровня
Неизвестно есть риск или нет, но если есть, то его величина вообще неизвестна	$\mu(d) = \begin{cases} 1, & \mu(\cdot) = M_{вз}(\cdot) \\ \lambda \in [0,1] \mu(\cdot) = M_n(\cdot), M_D(\cdot) \\ 0, & \mu(\cdot) = M_H(\cdot) \end{cases}$
Вполне возможно, что риска нет, но имеется и не нулевая возможность, что он есть и не выше критического	$\mu(d) = \begin{cases} \lambda, & d < 3 \\ 0, & d \geq 3 \\ 1, & d = 6 \end{cases}$

Примечание: 1 – событие возможно; 2 – событие невозможно; M_n – мера правдоподобия; $M_{вз}$ – мера возможности; M_n – мера необходимости; M_D – мера доверия; $M_{вр}$ – мера вероятности. Оценка риска: $D = (1$ – отсутствует, 2 – минимальный, 3 – допустимый, 4 – критический, 5 – недопустимый, 6 – неизвестно, является ли это риском); μ – функция принадлежности; λ – параметр нормировки.

Бесспорно, предложенная формализация нечетких данных не ограничивают всего спектра возможностей формализации. При необходимости, в каждой конкретной решаемой задаче, могут использоваться и другие варианты формализации, позволяющие более широко описать спектр разнородных и малодостоверных данных.

Заключение

На сегодня теория нечетких множеств, мер и интегралов в решении проблем прогнозирования процессов и соответственно состояния и управления экологическими системами практически не используется. Имеющиеся комплексы программных продуктов Fuzzy-технология и Expro-2000 позволяют лишь дать анализ данных, рисков и оценку событий при наличии информации, не вызывающей должного доверия (словесной, разнородной, низкокачественной) и недостаточной известности факторов будущего.

Отсюда поиск решения задач прогнозирования и управления катастрофическими процессами при функционировании экологических систем

в условиях неопределенности на базе нечетких процессов в настоящее время весьма и весьма актуален.

Список литературы

1. Волчек, А.А. Мониторинг, оценка и прогноз чрезвычайных ситуаций и их последствий / А.А. Волчек, П.С. Пойта, П.В. Шведовский // Брест: Альтернатива, 2012. – 423 с.
2. Ивченко, Б.П. Информационная экология / Б.П. Ивченко, Л.А. Мартыщенко. – С.-Пб.: Нордметиздат, 1998. – 201 с.
3. Бочарников, В.П. Модель управляемого непрерывного нечеткого процесса на основе нечетко-интегрального уравнения / В.П. Бочарников // Проблемы управления и информатики – К.: КМУГА, 1998. – С. 72–77.
4. Зайченко, Ю.П. Исследование операций: Нечеткая оптимизация / Ю.П. Зайченко. – Киев: Выща школа, 1991. – 191 с.
5. Прикладные нечеткие системы. Пер. с япон. / Под ред. Т. Терно. – М.: Мир, 1993. – 386 с.
6. Райфа, Г. Анализ решений. Введение в проблему выбора в условиях неопределенности / Г. Райфа. – М.: Наука, 1970. – 402 с.
7. Рапопорт, И.А. Математические аспекты абстрактного анализа систем / И.А. Рапопорт // Исследования по общей теории систем. – М.: Прогресс, 1969. – С. 16– 18.
8. Чернышев, М.К. Математическое моделирование иерархических систем / М.К. Чернышев. – М.: Наука, 1998. – С. 44–49.
9. Гурман, В.И. Моделирование процессов в природно-экономических системах / В.И. Гурман. – Новосибирск: Наука, 1982. – 175 с.
10. Богарников, В.П. Fuzzy-технология. Математические основы. Практика моделирования в экономике / В.П. Богарников. – С.-Пб.: Наука, РАН. – 2001. – 328 с.

Волчек Александр Александрович, декан факультета инженерных систем и экологии Брестского государственного технического университета, доктор географических наук РФ и РБ, профессор, Volchak@tut.by

Образцов Леонид Владимирович, доцент кафедры экономики и организации строительства Брестского государственного технического университета, кандидат технических наук, доцент, olobr@rambler.ru

Шведовский Петр Владимирович, заведующий кафедрой геотехники и транспортных коммуникаций Брестского государственного технического университета, кандидат технических наук, профессор, ofig@bstu.by