

ИСПОЛЬЗОВАНИЕ МОДИФИЦИРОВАННЫХ АППРОКСИМИРУЮЩИХ ФУНКЦИЙ ДЛЯ ОПТИМАЛЬНОГО МОДЕЛИРОВАНИЯ И СИНТЕЗА ФИЛЬТРОВ

П.В. Бойкачев

Обоснована задача оптимального моделирования и синтеза радиотехнических цепей применительно к входным трактам радиоприемных и выходным трактам радиопередающих устройств. Произведен выбор критерия для оптимального синтеза подобного рода цепей. Решена задача оптимального синтеза по заданному критерию. На основе представленного способа показан пример моделирования и реализации диплексера фильтрового типа.

Постановка задачи и выбор критерия для оптимального синтеза частотно-избирательных цепей

Задача синтеза подразумевает построение электрической цепи с заданными свойствами [1]. При этом под свойствами цепи могут пониматься различные ее качества, такие как электрические характеристики, структура, вид используемых элементов, стоимость, вес, габариты, стабильность характеристик, число элементов и т. д. Однако главнейшими свойствами, определяющими целевое назначение электрических цепей, являются их характеристики. В статье [5] предложена модификация аппроксимирующих функций, однако не приведен критерий оптимального синтеза.

Цель работы – изложить подход к проектированию цепей по новым критериям оптимальности с использованием модифицированных функций, представленных в [5].

Пусть задана непрерывная функция $\xi(\omega)$. Требуется построить такую электрическую цепь, частотная характеристика (ЧХ) которой воспроизводит эту зависимость. Воспроизведение функцией цепи $f(\omega, \vec{D})$ ($\vec{D} = \{D_1, \dots, D_m\}$ – векторная запись совокупности варьируемых параметров, количество которых равно m) заданной функции $\xi(\omega)$, как правило, должно быть не на всей оси ω , а на ее части. Эта часть (рабочий участок) может представлять собой интервал конечной длины, совокупность интервалов и дискретных точек или просто набор конечного числа дискретных точек [1]. Рабочий участок оси ω будем называть множеством и обозначать буквой Ω . Разумеется, во всех случаях нельзя добиться точного совпадения функций $\xi(\omega)$ и $f(\omega, \vec{D})$. Если даже допустить, что теоретически такое возможно, то при реальном проектировании не удастся сохранить точность математического решения и в действительности получается лишь приближенное совпадение функций. Таким образом, можно говорить о получении функции цепи, приближенно воспроизводящей заданную зависимость. В качестве критерия, оценивающего близость функций, может быть использовано соотношение

$$\int_{\Omega} p(\omega) |\xi(\omega) - f(\omega, \bar{D})|^S d\omega \leq \delta. \quad (1)$$

Критерий (1) называется среднестепенным [1]. В частном случае $S=2$ он представляет собой широко известный взвешенный среднеквадратичный критерий [1]. Методы квадратичных приближений (называемые также методами наименьших квадратов [2]) получили достаточно широкое распространение в задачах синтеза электрических цепей при аппроксимации не только частотных [3, 4], но и временных характеристик. При $S \rightarrow \infty$ среднестепенный критерий превращается в чебышевский [1].

Таким образом, задачу построения цепи с характеристикой $\xi(\omega)$ можно сформулировать следующим образом [1]: найти функцию цепи $f(\omega, \bar{D})$, которая удовлетворяет условиям реализуемости, в смысле заданного критерия близости отклоняется от заданной характеристики $\xi(\omega)$ на величину, не превышающую δ . Именно таким образом и формулируются задачи синтеза, связанные с конкретными разработками цепей целевого назначения.

Решение задачи оптимального синтеза по заданному критерию

Запишем задачу синтеза по критерию минимального отклонения ЧХ расчетного коэффициента передачи мощности и группового времени задержки (ГВЗ) от заданной функции для случая линейного чебышевского приближения:

$$\int_a^b p(\omega) [\xi_1(\omega) - K_p(\omega, \bar{D})] d\omega \rightarrow \min, \quad (2)$$

где $\xi_1(\omega)$ – заданные значения коэффициента передачи мощности (КПМ) на интервале $[a; b]$; $K_p(\omega, \bar{D})$ – значения КПМ реализуемой цепи.

$$\int_a^b p(\omega) [\xi_2(\omega) - t_{гп}(\omega, \bar{D})] d\omega \rightarrow \min, \quad (3)$$

где $\xi_2(\omega)$ – заданные значения ГВЗ на интервале $[a; b]$, $t_{гп}(\omega, \bar{D})$ – значения ГВЗ реализуемой цепи.

Аппроксимирующая функция (АФ) описывает функцию передачи мощности (ФПМ) синтезируемой цепи. Линейный критерий выбран в связи с тем, что ошибка, найденная по данному критерию, будет соответствовать ошибке ФПМ и при нахождении оптимального значения будет давать результат для ФПМ. В свою очередь, квадратичный критерий будет давать оценку квадрату ФПМ, что приведет к смещению оптимального положения вводимых нулей передачи [5].

Для КПМ весь частотный диапазон подлежит разбиению на поддиапазоны. Этот случай иллюстрирует рисунок 1, a , пунктирными линиями выделены соответствующие частотные поддиапазоны. Цифрой 2 обозначена полоса пропускания $\omega_1 \dots \omega_2$; 1, 3 – полосы заграждения $\omega_{\min} \dots \omega_1$ и $\omega_2 \dots \omega_{\max}$.

При синтезе цепи с такой ЧХ минимизации подлежит более сложная функция ошибки, она учитывает поведение реализуемой характеристики как внутри диапазона согласования (фильтрации), так и вне его:

$$I = W_1 \int_{\omega_{\min}}^{\omega_1} (\xi_1(\omega) - K_p(\omega)) d\omega + W_2 \int_{\omega_1}^{\omega_2} (\xi_1(\omega) - K_p(\omega)) d\omega + W_3 \int_{\omega_2}^{\omega_{\max}} (\xi_1(\omega) - K_p(\omega)) d\omega \rightarrow \min, \quad (4)$$

где W_1, W_2, W_3 – весовые коэффициенты.

Для низкочастотного прототипа (4) имеет вид

$$I = W_1 \int_{\omega_1}^{\omega_2} (\xi_1(\omega) - K_p(\omega)) d\omega + W_2 \int_{\omega_2}^{\omega_{\max}} (\xi_1(\omega) - K_p(\omega)) d\omega \rightarrow \min, \quad (5)$$

где $[\omega_1; \omega_2]$ – полоса пропускания, $[\omega_2; \omega_{\max}]$ – полоса заграждения.

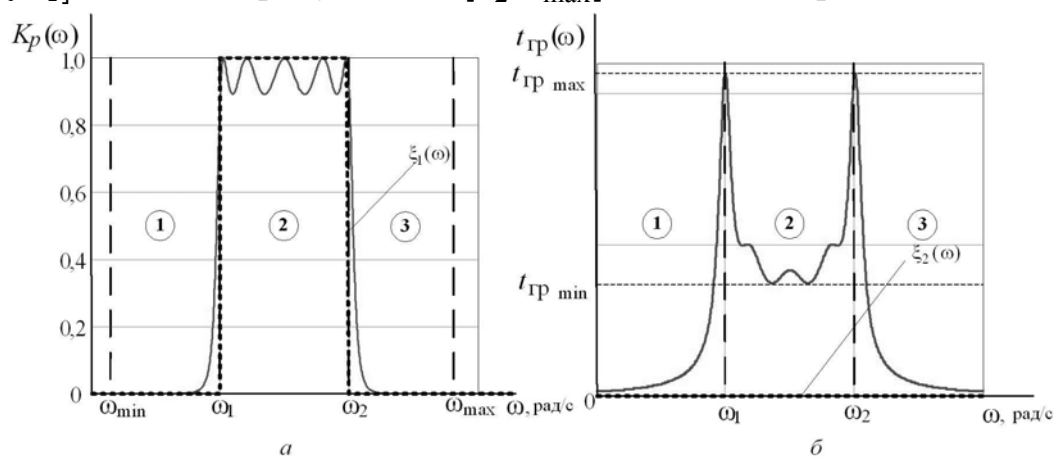


Рис. 1. Идеальные и реальные характеристики функций передачи (а) и ГВЗ (б)

Для зависимости ГВЗ интересующий частотный диапазон находится в полосе пропускания синтезируемой цепи. АФ должна иметь максимальную равномерность в данной полосе. Этот случай иллюстрирует рисунок 1, б, пунктирной линией выделена функция с идеальной задержкой в полосе. При синтезе цепи с такой характеристикой минимизации подлежит функция ошибки, учитывающая поведение ГВЗ реализуемой ЧХ согласующей цепи или фильтра:

$$T = W \int_{\omega_1}^{\omega_2} |\xi_2(\omega) - t_{ГП}(\omega)| d\omega \rightarrow \min. \quad (6)$$

В рассматриваемом случае функция $\xi_2(\omega)$ определяет требования к поведению ГВЗ в полосе пропускания и может быть описана следующим образом:

$$\xi_2(\omega) = 0, \{\omega_1 \leq \omega \leq \omega_2\}. \quad (7)$$

При синтезе возможно выделение из интервала исходных данных большого количества поддиапазонов. В этом случае говорят о многодиапазонном синтезе. Независимо от количества полос пропускания и заграждения решение задачи синтеза

сводится к минимизации суммы функций ошибок для каждого диапазона с учетом весовых коэффициентов, поэтому подходы к синтезу при различном количестве полос пропускания и заграждения можно считать аналогичными.

Решение задачи оптимального синтеза электрических фильтров с нулями передачи в области вещественных частот

В ранее опубликованных статьях [5–10] была показана модификация АФ:

$$K_m(-s^2) = \frac{k^2}{1 + \varepsilon^2 \prod_{q=1}^N (s_q - 1) \frac{\Psi_m(s)\Psi_m(-s)}{\prod_{q=1}^N (s + s_q)}}, \quad (8)$$

где $s = \pm\sigma \pm j\omega$ – комплексная частота;

$\Psi_m(s)$ – аппроксимирующий полином m -го порядка;

ε – коэффициент неравномерности характеристики в полосе пропускания;

s – комплексная частота, на которой функция принимает нулевое значение;

k – коэффициент, не превышающий единицы;

q – номер вводимого нуля передачи;

N – количество вводимых нулей передачи.

Модификация (8) увеличивает вариативные свойства АФ и дает возможность оптимизировать АФ по заданным критериям. Определим, каким образом необходимо модифицировать АФ или какими координатами должны обладать вводимые нули передачи для выполнения того или иного критерия. Зададимся комплексным критерием оценки (5) ЧХ для оптимального синтеза цепи с максимальной равномерностью в полосе и максимальным затуханием за полосой фильтрации.

Для решения этой задачи необходимо провести поиск координат вводимых нулей передачи в АФ Чебышева и Баттерворта, при которых наиболее точно будет выполняться установленный критерий. С этой целью построим поверхность, описывающую величину комплексной ошибки аппроксимации (5) для модифицированных функций (МФ) Чебышева и Баттерворта пятого порядка при различном расположении вводимых нулей передачи в комплексной плоскости. Анализируя поверхности, представленные на рисунке 2, можно заметить, что в определенных точках ошибка аппроксимации имеет наименьшее значение. Для точного определения координат оптимального расположения нулей на S -плоскости необходимо подставить в выражение (5) формулу (8) и продифференцировать его по s (где $s = \pm\sigma \pm j\omega$). Получив результат, приравнять его к нулю. Решая систему нелинейных уравнений, можно найти оптимальное расположение нулей на S -плоскости.

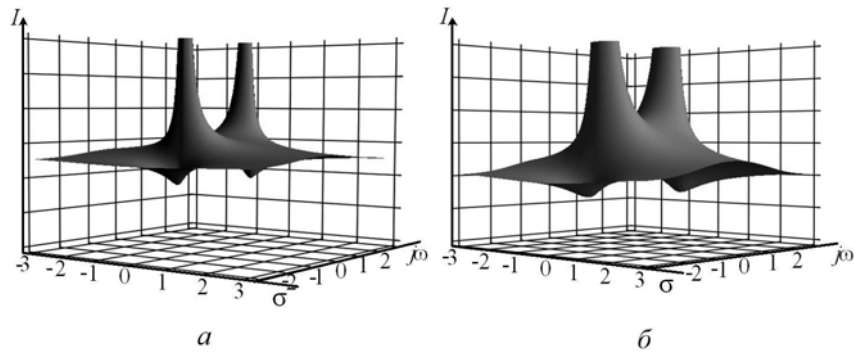


Рис. 2. Поверхность описывающая величину комплексной ошибки аппроксимации для модифицированных функции Чебышева (а) и Баттерворта (б) пятого порядка

Следует отметить, что для оптимального синтеза цепей по критерию (5) нули следует располагать на вещественной оси комплексной плоскости. Математическое выражение для МФ (8) при синтезе цепей по критерию (5) будет выглядеть следующим образом:

$$K_m^2(\omega) = \frac{k^2}{1 + \varepsilon^2 \prod_{i=1}^n (\omega_i^2 - 1)^2} \frac{T_m^2(\omega)}{\prod_{i=1}^n (\omega_i^2 - \omega^2)^2}, \quad (9)$$

где $T_m^2(\omega)$ – аппроксимирующий полином Чебышева m -го порядка;
 ε – коэффициент неравномерности характеристики в полосе пропускания;
 ω_i – частота, на которой функция принимает нулевое значение;
 n – количество частот, на которых функция принимает нулевое значение;
 k – коэффициент, не превышающий единицы.

Для МФ Баттерворта математическое выражение принимает вид

$$K_m^2(\omega) = \frac{k^2}{1 + \prod_{i=1}^n (\omega_i^2 - 1)^2} \frac{\omega^{2m}}{\prod_{i=1}^n (\omega_i^2 - \omega^2)^2}. \quad (10)$$

Решение задачи оптимального синтеза электрических фильтров с нулями передачи на комплексной плоскости

Часто задача оптимального синтеза в постановке (5) не так важна, как задача (6). Это объясняется тем, что разработчику не всегда требуется синтезировать цепь с заданным КПМ, в некоторых задачах необходимо синтезировать цепь с требуемыми характеристиками ГВЗ. В этом случае говорят о задаче синтеза АФ по критерию максимального постоянства ГВЗ. По критерию (6) нецелесообразно модифицировать АФ Баттерворта, так как она уже изначально имеет высокое постоянство ГВЗ и модификация только ухудшает постоянство данной характеристики. Целесообразно провести модификацию равноволновых характеристик. По аналогии необходимо

провести поиск координат вводимых нулей передачи в АФ Чебышева, при которых наиболее точно будет выполняться критерий (6). Построим поверхность, описывающую величину ошибки (6) для МФ Чебышева пятого порядка (рисунок 3).

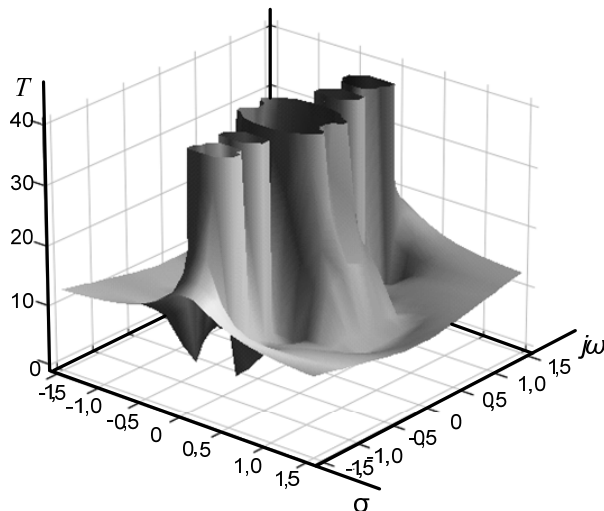
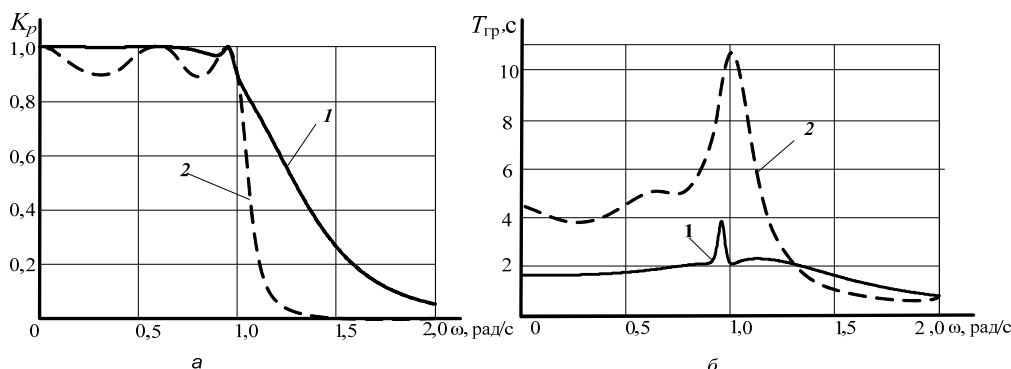


Рис. 3. Поверхность, описывающая величину ошибки (6) для МФ Чебышева пятого порядка

Рисунок 3 позволяет определить область расположения вводимых нулей передачи, в которой разброс ГВЗ минимален. Видимая на рисунке пара нулей расположена на комплексной плоскости. Модифицировать функцию необходимо таким образом, чтобы четверка нулей соответствовала координатам, где неравномерность ГВЗ минимальна (рисунок 4). Для точного определения координат оптимального расположения нулей на S -плоскости необходимо подставить в выражение (6) формулу (8) и продифференцировать его по s (где $s = \pm\sigma \pm j\omega$). Получив результат, приравнять его к нулю. Решая систему нелинейных уравнений, можно найти оптимальное расположение нулей на S -плоскости.



1 – модифицированная функция Чебышева пятого порядка, 2 – классическая функция Чебышева пятого порядка

Рис.4. Функция коэффициента передачи по мощности (а) и ГВЗ (б) от частоты

Анализ приведенных зависимостей показывает, что МФ Чебышева пятого порядка уступает классической функции в избирательности, но имеет большую равномерность в полосе фильтрации (согласования) КПМ и более равномерное и меньшее ГВЗ. Такой вариант фильтра важен в условиях, когда определяющими являются требования линейности ФЧХ.

Следует заметить, что изменение уровня неравномерности частотной характеристики к существенному перемещению оптимально расположенных нулей не приводит. Для практического подтверждения вышеизложенного необходимо провести эксперимент по реализации цепи с заданными ЧХ.

Реализация диплексера фильтрового типа с использованием МФ Чебышева при доработке изделия Р-181-УМУ

Для выполнения условия по уровню интермодуляционных искажений и уровню высших гармонических составляющих с учетом требований к модемам по стандарту DRM [14] в радиостанции Р-181-50ВУ [11] ОВЧ/УВЧ диапазона необходимо реализовать на выходе УМ Р-181-УМУ фильтрующую систему, состоящую из фильтра нижних частот (ФНЧ) и фильтра верхних частот (ФВЧ), включенных параллельно друг другу (так называемый диплексер). ФНЧ и ФВЧ диплексера должны иметь: минимальную неравномерность в полосе фильтрации (порядка 0,1 дБ) и максимальную крутизну спада в полосе заграждения (порядка 55 дБ на частоте 1,35 частоты среза). Порядок фильтров должен быть минимален для меньшего затухания сигнала при прохождении диплексера (не более седьмого порядка). Известные диплексеры фильтрового типа на базе классических фильтров Чебышева или Баттерворта [12, 13] не обеспечивают выполнения вышеизложенных требований, а фильтр Золотарева [13] имеет избыточное количество элементов схемы. Принципиальная схема предлагаемого диплексера фильтрового типа на базе МФ Чебышева [5], синтезированная по критерию (5), приведена на рисунке 5. Порядок фильтров выбран из условий, предъявляемых к характеристикам диплексера.

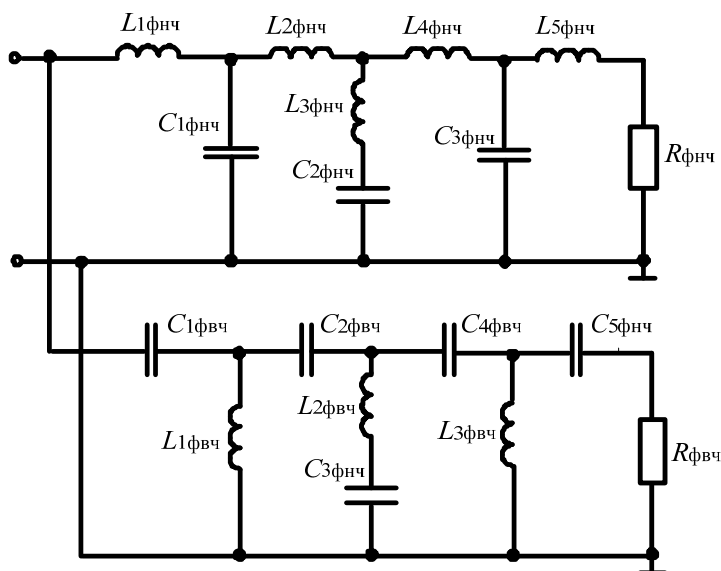
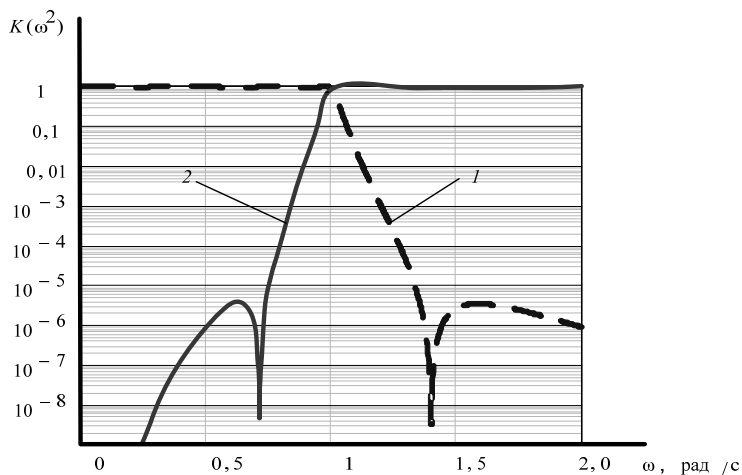


Рис.5. Принципиальная схема предлагаемого диплексера фильтрового типа

Для наглядной демонстрации в среде Mathcad по методике, представленной в [5], и критерию (5) была реализована модель устройства. ФПМ предлагаемого диплексера представлена на рисунке 6. Нуль передачи расположен на частоте $1,4\omega_c$, нормированные элементы фильтров имеют следующие значения: для ФВЧ $C1_{фвч} = 0,668$; $C2_{фвч} = 0,524$; $C3_{фвч} = 1,968$; $C4_{фвч} =$

0,524; $C5_{\text{ФВЧ}} = 1,497$; $L1_{\text{ФВЧ}} = 0,693$; $L2_{\text{ФВЧ}} = 0,982$; $L3_{\text{ФВЧ}} = 0,693$; $R_{\text{ФВЧ}} = 1$; и для ФНЧ $L2_{\text{ФНЧ}} = 1,909$; $L3_{\text{ФНЧ}} = 0,508$; $L4_{\text{ФНЧ}} = 1,909$; $L5_{\text{ФНЧ}} = 1,497$; $C1_{\text{ФНЧ}} = 1,444$; $C2_{\text{ФНЧ}} = 1,018$; $C3_{\text{ФНЧ}} = 1,444$; $R_{\text{ФНЧ}} = 1$.



1 – ФНЧ; 2 – ФВЧ

Рис.6. Квадрат АЧХ предлагаемого диплексера в логарифмическом масштабе

Анализ приведенных зависимостей на рисунке 6 показывает, что диплексер, реализованный на базе МФ Чебышева с использованием АФ [5] и по критерию (5), обеспечивает требования к частотно-разделительному устройству на выходе усилителя Р-181-УМУ по уровню интермодуляционных искажений. Неравномерность в полосе фильтрации не превышает 0,1 дБ, крутизна спада в полосе заграждения на частоте 1,35 частоты среза порядка 55 дБ. Практическая реализация диплексера представлена на рисунке 7. Диплексер был рассчитан на частоту среза 43 МГц.

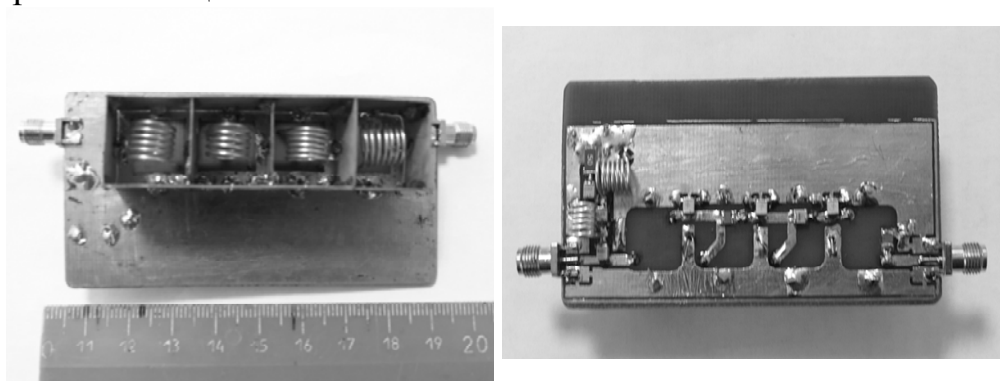


Рис.7. Конструктивный вид модели диплексера фильтрового типа

Результат измерения квадрата АЧХ ФНЧ диплексера представлен на рисунке 8. АЧХ ФВЧ является зеркальным отображением АЧХ ФНЧ.



Рис.8. Квадрат АЧХ ФНЧ диплексера

Разработанный диплексер внедрен при доработке изделия Р-181-УМУ в модуле фильтров КЛСИ.468844.001. Его внедрение позволило уменьшить уровень нелинейных комбинационных искажений третьего порядка на 0,5–1,5 дБ в диапазоне рабочих частот 30–512 МГц согласно измерениям по методике ГОСТ Р 51903-2002. Вид изделия Р-181-УМУ и конструктивный вид диплексера в устройстве Р-181-УМУ представлены на рисунке 9.



Рис.9. Вид изделия Р-181-УМУ

Заключение

В статье предложен критерий, по которому возможна реализация МФ, представленных в [5–10]. Реализация синтеза МФ по предложенному критерию позволяет формировать цепи, имеющие ряд достоинств по сравнению с цепями, реализованными с использованием классических АФ и известными МФ. Синтезируя МФ по заданным критериям (5) и (6), можно добиться: меньшей неравномерности в полосе согласования (фильтрации), лучшей крутизны спада за пределами полосы, более высокого затухания в полосе заграждения, а также меньшего значения ошибки аппроксимации по интегральному критерию. МФ может использоваться для конструирования широкого класса полиномиальных фильтров и широкополосных согласующих цепей по заданному критерию. Полученные в статье теоретические результаты подтверждены натурным экспериментом.

Список литературы

1. Ланнэ, А.А. Оптимальный синтез линейных электрических цепей / А.А. Ланнэ. – М.: Связь, 1969. – 294 с.

2. Белецкий, А.Ф. Теория линейных электрических цепей / А. Ф. Белецкий. – М.: Радио и связь, 1986. – 544 с.
3. Воропаев, Ю.П. Метод компенсации реактивной составляющей при широкополосном согласовании комплексных сопротивлений с использованием среднего гармонического значения коэффициента преобразования мощности / Ю.П. Воропаев, А.Д. Васильев, И.М. Мещеряков // Изв.Нац.акад. наук Беларуси. – 2007. – № 4. – 101–107 с. – (Сер. физ.-техн. наук).
4. Воропаев, Ю.П. Синтез широкополосных согласующих устройств с использованием среднего гармонического значения коэффициента преобразования мощности / Ю.П. Воропаев, А.Д. Васильев, И.М. Мещеряков // Радиотехника и электроника. – 2009. – № 7. – 853–863 с.
5. Бойкачев, П.В. Метод модификации аппроксимирующих функций для синтеза фильтров и согласующих цепей / П.В. Бойкачев, Г.А. Филиппович // Вестн. Воен. акад. Респ. Беларусь. – 2012. – № 3(36) – 63–69 с.
6. Бойкачев, П.В. Частотно-избирательные и согласующие цепи, обладающие повышенной линейностью характеристики группового времени задержки, и методика их реализации / П.В. Бойкачев // Весці НАН Беларусі. – 2014. – № 2. – 110–114 с. – (Сер. фіз.-тэхн. навук.)
7. Бойкачев, П.В. Способ увеличения линейности фазы на этапе аппроксимации с использованием аппроксимирующих функций Чебышева / П.В. Бойкачев, Г.А. Филиппович, В.В. Кириченко // Вестн. Воен. акад. Респ. Беларусь. – 2014. – № 1(42) – 39–45 с.
8. Бойкачев, П.В. Использование модифицированных аппроксимирующих функций для увеличения равномерности фазочастотной характеристики широкополосных согласующих устройств и фильтров // Междунар. науч. конф. НАН РБ, Минск, 19–22 нояб. 2013 г. – Минск, 2013. – С. 590–592 с.
9. Бойкачев, П.В. Преимущество модифицированных аппроксимирующих функций / П.В. Бойкачев // 6-я Междунар. науч.-практ. конф., ВГУ, Витебск, 27–28 сент. 2012 г. – Витебск, 2012. – 9–10 с.
10. Бойкачев, П.В. Синтез аппроксимирующих функций для произвольных комплексных нагрузок / П. В. Бойкачев, Г.А. Филиппович // XV Респ. науч. конф. студентов и аспирантов ГГУ, Гомель, 26–28 марта 2012 г. – Гомель, 2012. – 8–9 с.
11. Радиостанция Р-181-50 ВУ. Инструкция по техн. обслуживанию ШИ 1.101.032 ИО.
12. Алексеев, О.В. Многоканальные частотно-разделительные устройства и их применение / О.В. Алексеев, Г.А. Грошев, Г.Г. Чавка. – М.: Радио и связь, 1981. – 14–26 с.
13. Балабанян, Н. Синтез электрических цепей / Н. Балабанян. – М., 1961.
14. Broadcasting, телевидение и радиовещание [Электронный ресурс]. – Режим доступа: <http://www.broadcasting.ru>. – Дата доступа: 04. 11. 2014.

Бойкачев Павел Валерьевич, доцент кафедры радиолокации и приемо-передающих устройств, учреждения образования «Военная академия Республики Беларусь», кандидат технических наук, pashapasha.boi@mail.ru