УДК 621.396.96

ШИРОКОПОЛОСНОЕ СОГЛАСОВАНИЕ НАГРУЗОК ВТОРОГО КЛАССА С ИСПОЛЬЗОВАНИЕМ МОДИФИЦИРОВАННЫХ АППРОКСИМИРУЮЩИХ ФУНКЦИЙ ЛЕЖАНДРА

А.А. Свириденко

Данная статья предназначена для инженеров радиотехнического профиля, занимающихся проектированием и реализацией принципиальных схем радиоприемных устройств. В статье показан способ получения наилучших частотных характеристик согласующих цепей для нагрузок второго класса путем внедрения определенным образом нулей передачи в аппроксимирующую функцию.

Введение

Расчету согласующих устройств посвящено немало публикаций, основными направлениями которых являются: аналитические, численные методы и численно-аналитические методы. Параметрическому синтезу (численные методы) посвящено большое количество работ [2], что свидетельствует о возможностях решать этими методами задачи широкополосного согласования. Однако следует предположить, что появлению численных методов широкополосного согласования способствовала невозможность решения сложных задач согласования аналитическими методами.

Недостатком численных решений является: вычисление значения параметра в точке и невозможность определения характера его изменений между узлами интерполяции функции сопротивления нагрузки; появление в сложных расчетах различного типа ошибок, что резко снижает ценность проводимых вычислений; сложности использования результатов расчета при решении нестандартных задач; отсутствие возможности оценки качества (оптимальности) полученного результата; отсутствие функциональной связи между параметрами согласования и параметрами объекта, не позволяющая определить направления для улучшения результата [3].

В свою очередь аналитические решения позволяют исследовать влияния физических параметров, начальных и граничных условий на характер решения. Результаты аналитических решений способствуют разработке адекватных математических моделей исследуемых явлений. Аналитические решения более информативны, вычисление решения при любом конкретном значении аргумента можно сделать как угодно точно. Всегда существует возможность определения значения искомого параметра в любой точке, а не только в узлах сетки интерполяции, и получаемый результат всегда является устойчивым [3]. В то же время главным недостатком аналитических решений является их ограниченные возможности в решении ряда сложных задач согласования [6].

Однако, растущая в последние годы активность ученых (в большей степени отечественных) в области модификаций классических аппроксимирующих функций Чебышева, Баттерворта, появление ограниченно–плоских функций, предоставляет дополнительные возможности в решении задач широкополосного согласования аналитическими методами и достижении максимально возможного результата по заданному критерию. Так, модификация классической функции Чебышева первого рода, а именно внедрение нулей передачи на мнимой оси, привело к появлению возможностей согласования сложных комплексных нагрузок, имеющих нули передачи на мнимой оси, что ранее не представлялось возможным аналитическими методами [1].

Эти обстоятельства обуславливают необходимость решения задач согласования, ранее вызывающих трудности, используя новые подходы к аппроксимации передаточных функций.

Основная часть

В соответствии с принятой классификацией нагрузок ко второму классу относятся нагрузки с нулями передачи в начале координат. Частотную характеристику функции передачи, соответствующую этой нагрузке, можно получить путем частотного преобразования низкочастотного прототипа. Однако на практике зачастую заменяют высокочастотную нагрузку соответствующим низкочастотным эквивалентом с помощью такого же частотного преобразования. Полученную при синтезе цепь снова подвергают частотному преобразованию в высокочастотную область. Кроме того, характер ограничений на широкополосное согласование высокочастотных нагрузок имеет свои особенности, которые будут изложены ниже. Схема нагрузки, содержащей нуль передачи в начале координат, изображена на рисунке 1.

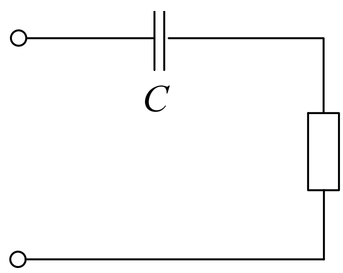

Рис. 1. – Схема последовательной RC – нагрузки

Учитывая практическую значимость этой нагрузки, представляется целесообразным решения этой задачи за основу взять методику, изложенную в [6].

Сопротивление нагрузки на рисунке 1 равно

$$Z_{\text{н}}(s) = \frac{1+sRC}{sC} \tag{1}$$

Нагрузка имеет простой нуль в начале координат. Этот нуль можно определить из выражения для $N_{\text{н}}(-s^2)$

$$N_{\text{н}}(s) = -s^2 RC, \qquad (2)$$

из которого следует, что нуль передачи нагрузки $s = 0$.

Ограничения на согласование для минимально–фазового и неминимально–фазового коэффициентов отражения равны соответственно:

$$\frac{a_{n-1}}{a_{n-2}} RC - (1+\delta) \geq 0; \qquad (3)$$

$$\frac{a_{n-1}}{a_{n-2}} RC - (1-\delta) \geq 0, \qquad (4)$$

где a_{n-1} и a_{n-2} коэффициенты полиномов, приведенных в [4, с. 275-281] для функций передачи Чебышева, Баттерворта и Золотарева различных порядков.

Из выражений (3, 4) вытекает вышеупомянутая особенность нагрузки, изображенной на рисунке 1. Более жесткое ограничение дает (3), поэтому в процессе факторизации следует отдавать предпочтение неминимально–фазовому коэффициенту отражения.

Как видно, для (3, 4) существует ограничение на минимальное значение RC при котором возможно согласование. Для низкочастотных нагрузок таких ограничений нет. Объяснить эту особенность высокочастотной RC нагрузки можно следующим образом. Емкость C является последним элементом схемы, которая обеспечивает заданную функцию передачи. Если эта емкость меньше предельной, увеличить ее за счет дополнительной емкости в выходной цепи согласующего устройства не представляется возможным. Эту емкость можно только уменьшить путем последовательного присоединения дополнительной емкости. В низкочастотной же RC-нагрузке такая возможность обеспечивается путем параллельного подключения дополнительной емкости.

На рисунке 2 представлена зависимость минимального значения RC от порядка функции передачи (эллиптической, Чебышева, Лежандра и Баттерворта) n для различных значений K при котором согласование возможно.

В таблице 1 представлена интегральная ошибка аппроксимации классических функций передачи мощности.

Анализируя графики, представленные на рисунке 2, а так же значения ошибки аппроксимации, представленные в таблице 1 можно сделать следующие выводы:

–наиболее жесткие ограничения на широкополосное согласование нагрузок второго класса накладываются при использовании эллиптической аппроксимирующей функции. Это обстоятельство можно объяснить наличием у эллиптической аппроксимирующей функции нулей передачи на мнимой оси, а точнее их расположением, ужесточающее ограничения на согласование;

–при малых порядках (n=2…4) функции передачи согласующей цепи, наиболее оптимальной является функция Баттерворта, однако ошибка

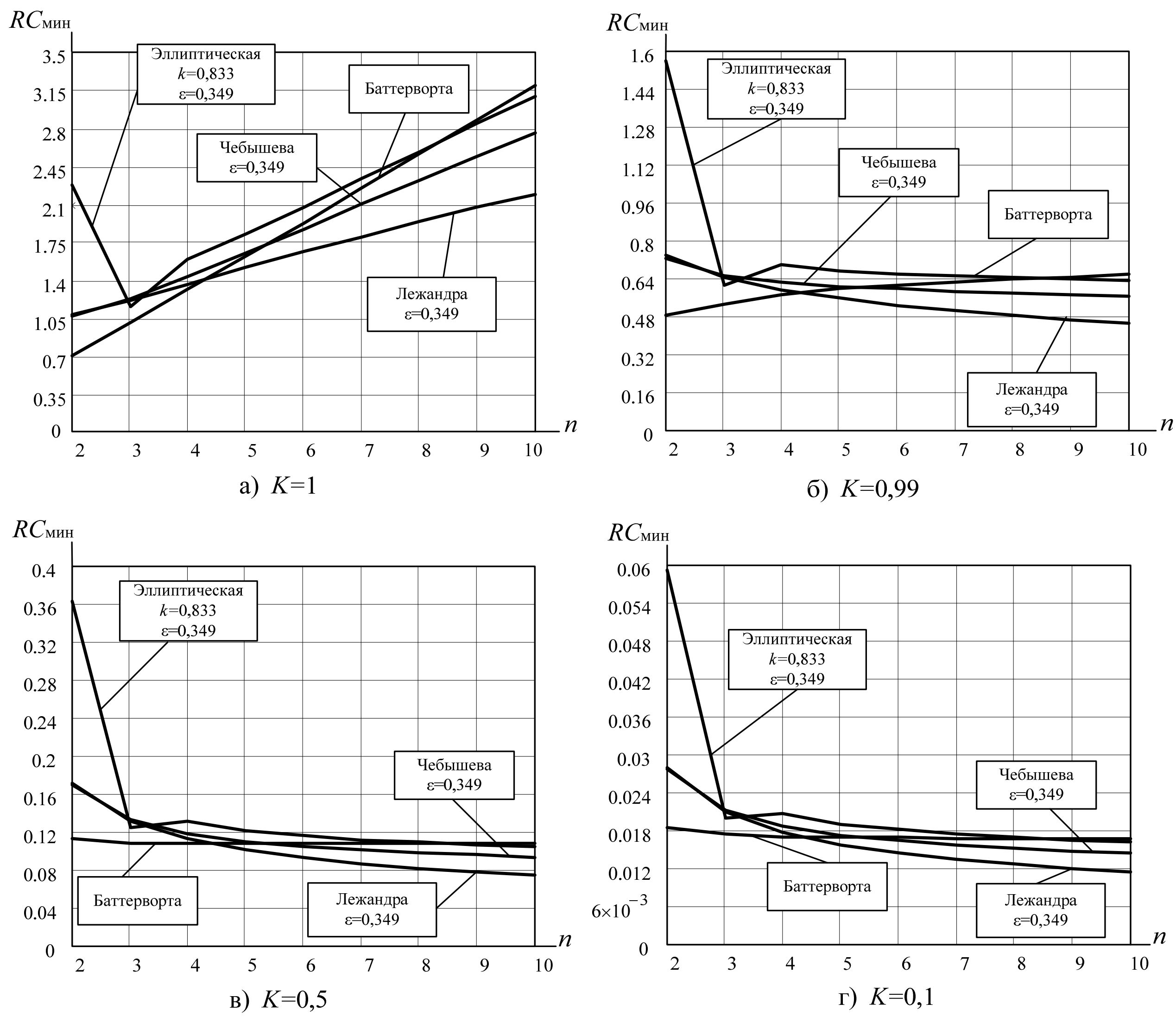

Рис. 2. – Зависимость $RC_{мин}$ от n

аппроксимации при этом, будет максимальной. Так же не сложно заметить, что функция Баттерворта имеет наибольшую чувствительность $RC_{мин}$ от изменения n;

– для других порядков функции передачи согласующей цепи оптимальным является использование аппроксимирующей функции Лежандра. Из графика видно, что функция Лежандра имеет наименьшую чувствительность минимального значения $RC_{мин}$ при изменении n , так же необходимо заметить, что ошибка аппроксимации функции Лежандра имеет наименьшее значение;

–при уменьшении K наблюдается заметное ослабление зависимости $RC_{мин}$ от n;

Таблица 1

Порядок аппроксимирующей функции n	Ошибка аппроксимации		
	Баттерворта	Чебышева	Лежандра
3	0,096	0,0544	0,017
4	0,075	0,0551	0,013

5	0,062	0,0554	0,011
6	0,053	0,0556	$9{,}157\times10^{-3}$
7	0,046	0,05566	$7{,}957\times10^{-3}$
8	0,04	0,05573	$7{,}035\times10^{-3}$
9	0,036	0,05577	$6{,}305\times10^{-3}$
10	0,033	0,0558	$5{,}713\times10^{-3}$

Таким образом, можно сделать вывод, что для синтеза согласующих цепей для нагрузок второго класса оптимальным является использование полиномов Лежандра.

Однако из графиков видно, что несмотря на применение полиномов Лежандра в качестве корректирующих при синтезе согласующих цепей для нагрузок второго класса, область значений $RC_{\text{мин}}$ не поддающихся согласованию является значительной, а так же при низких порядках функция Баттерворта дает лучший результат. В этом случае платой за возможность согласования будет уменьшение коэффициента передачи *K*.

В связи с этим, предлагается модифицировать классическую аппроксимирующую функцию Лежандра, как показано в [1].

Модифицированная аппроксимирующая функция передачи с корректирующими полиномами Лежандра имеет вид

$$K_m\left(-s^2\right)=\frac{k^2}{1+\varepsilon^2\prod\limits_{q_i=0}^{N}\left(s_0{}^2-1\right)^2\dfrac{T_{Leg}^2(m,s)}{\prod\limits_{q_i=0}^{N}(s^2+s_0^2)^2}}, \tag{5}$$

где $T_{Leg}^2(m,s)$– аппроксимирующий полином Чебышева порядка *m*, первого рода;
$s=\pm\sigma\pm j\omega$ – комплексная частота;
ε − коэффициент неравномерности характеристики в полосе фильтрации;
s_0 – комплексная частота, на которой функция принимает нулевое значение;
k − коэффициент передачи по мощности;
q − частота на которых функция передачи мощности принимает нулевое значение.
N − число частот на которых функция передачи мощности принимает нулевое значение.

Модифицированная функция Лежандра отличается от классической функции Лежандра тем, что в нее, определенным образом внедряются нули передачи. Данные нули образованы двойными комплексно сопряженными парами, расположенными на комплексной плоскости s-переменной, корни числителя и знаменателя (5) подчиняются квадрантной симметрии, благодаря чему коэффициенты полинома Гурвица являются действительными и цепи согласования с выбранной функцией передачи имеют физическую реализуемость.

При подробном рассмотрении полиномов Гурвица несложно заметить, что внедрение нулей передачи на комплексной плоскости s-переменной приводит к увеличению значения $\frac{a_{n-1}}{a_{n-2}}$, что позволяет расширить диапазон согласуемых нагрузок (см. (3, 4)) при постоянном δ. Значение $\frac{a_{n-1}}{a_{n-2}}$ тем больше, чем меньше мнимая часть вводимого нуля передачи. Рисунок 3 поясняет эту зависимость для аппроксимирующей функции передачи Лежандра третьего порядка.

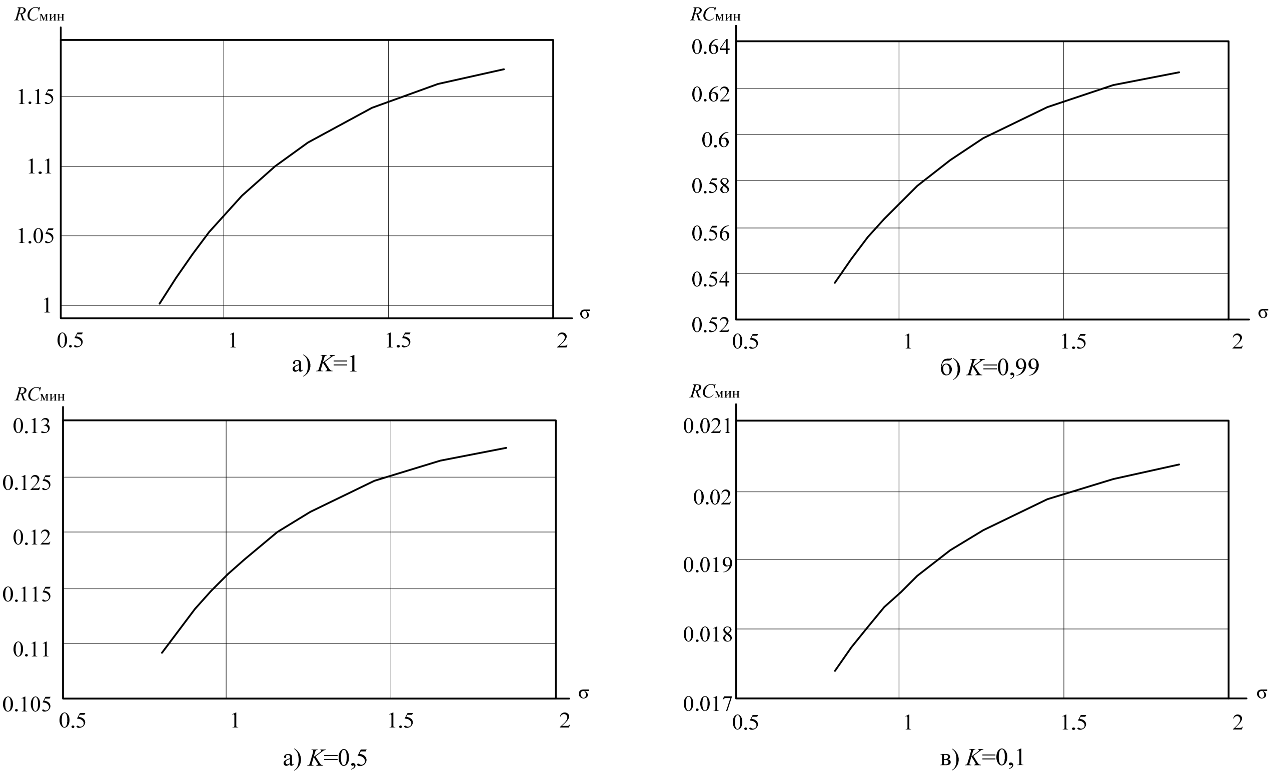

Рис. 3. – Зависимость $RC_{\text{мин}}$ от положения вводимого нуля передачи на действительной оси комплексной плоскости частот

Из рисунка видно, что приближая положение вводимого нуля передачи к началу координат, увеличивается диапазон согласуемых нагрузок. Свойства функции передачи Лежандра третьего порядка с внедрением нуля передачи $s = 0{,}8 \pm j0$, полностью совпадают с функцией Баттерворта того же порядка. Однако ошибка аппроксимации функции Лежандра в этом случае оказывается меньше на 53%, чем у функции Баттерворта.

Рекомендации по практическому применению

Модифицированную аппроксимирующую функцию с корректирующими полиномами Лежандра необходимо применять при проектировании согласующих цепей для нагрузок второго класса, имеющих небольшие значения $RC_{\text{мин}}$. Как правило, это входные цепи радиоприемных устройств, предназначенные для согласования антенных устройств с трактом приема.

Это позволит получить наилучшие частотные характеристик в сравнении с другими известными классическими функциями.

Список литературы

1. Бойкачев, П.В. Широкополосный синтез согласующих устройств на основе модифицированной аппроксимирующей функции передачи / П.В. Бойкачев // Вестник БелГУТ: Наука и транспорт. – 2013. – №2. – С. 42–45.
2. Воропаев, Ю.П. Синтез широкополосных согласующих устройств с использованием среднего гармонического значения коэффициента преобразования мощности / Ю.П. Воропаев, А.Д. Васильев, И.М. Мещеряков // Радиотехника и электроника. – 2009. – № 7. – С. 853–863
3. Дедус, Ф.Ф., Классические ортогональные базисы в задачах аналитического описания и обработки информационных сигналов./ Дедус Ф.Ф.// .- Москва 2004 -11с.
4. Кайчень, В., Теория и проектирование широкополосных согласующих цепей. – М. «Связь», 1979. – 86 с.
5. Фано, Р.М., Теоретические ограничения полосы согласования произвольных импедансов / Р.М.Фано//М.– 1965.–44 с.
6. Филиппович, Г.А., Широкополосное согласование сопротивлений. — Минск, 2004. – С. 43.

Свириденко Анатолий Анатольевич, адъюнкт кафедры радиолокации и приемопередающих устройств, магистр технических наук, svirid2785@gmail.com