УДК 519.872:004.942

ИМИТАЦИОННОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ СМО СО МНОГИМИ ОЧЕРЕДЯМИ

Е.В. Косарева

В статье исследуется вопрос имитационного моделирования систем массового обслуживания (СМО) со многими очередями. Во введении описано практическое применение таких СМО и актуальные задачи, связанные с их исследованием. Аналитические методы для исследования таких СМО могут применяться только в некоторых частных случаях, поэтому актуальной задачей является разработка их имитационных моделей. В основной части статьи описан алгоритм имитационного моделирования СМО со многими очередями.

Введение

В статье исследуется многоканальная система массового обслуживания (СМО), в которую поступают сразу из нескольких входящих потоков заявок. Заявки из каждого потока формируют свою очередь к СМО и обслуживаются в порядке времен поступления. Законы поступления заявок из различных потоков отличаются друг от друга. Закон обслуживания в СМО для заявок из всех потоков один.

Описанные СМО могут использоваться в качестве стохастических моделей взаимодействия процессов клиент-сервер, когда организовывается получение сообщений одним процессом от множества других процессов через одну очередь сообщений и отправку им ответов через ту же очередь сообщений, т.е. осуществить мультиплексирование сообщений. Вообще под мультиплексированием информации понимают возможность одновременного обмена информацией с несколькими партнерами. В этой модели один из процессов является сервером. Сервер получает запросы от других процессов - клиентов - на выполнение некоторых действий и отправляет им результаты обработки запросов. Наиболее часто модель клиент-сервер используется при разработке сетевых приложений.

Другим примером использования СМО со многими очередями является процесс обработки электронных сообщений (ЭС) в системах межбанковских расчетов [1]. В m банков-отправителей поступают ЭС от клиентов с интенсивностью λ_i, $i=\overline{1,m}$. Далее электронные сообщения с той же интенсивностью перенаправляются банками на обработку на n ($n<m$) серверов системы межбанковских расчетов, рисунок 1. С вероятностью p_{ij} электронное сообщение из i-го банка поступает на обработку в j-й сервер системы межбанковских расчетов, $i=\overline{1,m}$, $j=\overline{1,n}$, образуя к серверам очереди. Стохастической моделью сервера СМБР может служить одноканальная СМО, к которой формируются очереди ЭС, которые поступают от различных банков-отправителей. Актуальной является задача распределения потоков заявок по серверам так, чтобы а) число ЭС, обслуживающихся в СМБР, было

максимальным, при этом среднее время ожидания ЭС в очередях к серверам не превышало заданного значения; б) совокупное время обслуживания ЭС в СМБР было минимальным и время ожидания ЭС в очередях к серверам не превышало заданного значения.

Для решения этой задачи необходимо найти вероятностно-временные характеристики описанной сети. Данная задача была решена только для частных случаев, когда все потоки заявок в сеть пуассоновские, а обслуживание в системах экспоненциальное и когда все потоки пуассоновские, а обслуживание произвольное [2]. Для общего случая произвольных законов распределения входящих потоков заявок и обслуживания заявок в СМО можно использовать имитационное моделирование. Имитационное моделирование является достаточно распространенным инструментом для нахождения вероятностно-временных характеристик СМО, однако, для СМО со многими очередями ранее разработанных имитационных моделей не существует.

Имитационная модель

Опишем процесс функционирования СМО со многими очередями. В обслуживающий приборов (канал обслуживания) поступают m потоков заявок, для всех потоков известен закон распределения интервалов между поступлением заявок и его параметры, $i = \overline{1,m}$. Если в момент поступления заявки из *i*-го потока прибор занят обслуживанием, то эта заявка становится в свою очередь, $i = \overline{1,m}$. Рассмотрим случай, когда заявки из очередей выбираются прибором в порядке времен их поступления. Если прибор закончил обслуживание заявки, то он мгновенно начинает обслуживать следующую по времени поступления заявку. Времена обслуживания заявок в приборе распределены по некоторому закону с заданными параметрами.

Воспроизведение процесса функционирования СМО на ЭВМ фактически состоит в получении вектора состояний системы в какие-то дискретные моменты времени $\tau_i,\ i \geq 0$. При моделировании, как правило, задается начальное состояние системы в момент τ_0, а затем согласно принятой математической модели разыгрываются последующие состояния в моменты $\tau_1, \tau_2, \ldots$. Иными словами, строится траектория вектора состояний системы в интервалах $[\tau_0, \tau_1), [\tau_1, \tau_2), [\tau_2, \tau_3), \ldots$. Моменты $\tau_1, \tau_2, \ldots$ могут выбираться двумя способами [3]. Первый из них способ "$\Delta\tau$", состоит в том, что моменты $\tau_1, \tau_2, \ldots$ являются неслучайными и $\tau_i - \tau_{i-1} = \Delta\tau,\ i \geq 1$, где $\Delta\tau$ – некоторый заранее выбранный интервал, такой, что возможностью более чем одного изменения вектора состояний системы за время $\Delta\tau$ можно пренебречь. Второй способ выбора моментов τ_i, называемый способом ”особых состояний“, состоит в том, что значения τ_i являются случайными, моделируются на ЭВМ и при этом обладают тем свойством, что вектор состояний системы изменяется лишь в моменты τ_i, причем изменяется лишь одна компонента этого вектора, а в промежутке $[\tau_{i-1}, \tau_i)$ изменений не происходит. Поэтому при таком моделировании системы достаточно лишь следить за ее особыми состояниями, что позволяет значительно уменьшить затраты машинного времени по сравнению с первым способом выбора моментов τ_i. Моменты времени τ_i, когда СМО меняет свое состояние будем называть 0-моментами.

Введем обозначения:

τ_i — i-й 0-момент, соответствующий моменту поступления заявки в СМО или моменту окончания обслуживания заявки в линии СМО, $i = \overline{1, N}$, N – количество 0–моментов.

ρ — число занятых линий обслуживания;

Q_i— число заявок в i-ой очереди СМО;

k_i — число заявок из i-го входящего потока в очереди и на обслуживании в СМО.

Введенные случайные величины описывают процесс функционирования рассматриваемой СМО.

Алгоритм.

1. Задаем интервал моделирования T.
2. Находим моменты поступления заявок из всех потоков, пока $t_{pr} < T$

$$\tau_i = t_{pr} + \tau,$$

где τ – случайная величина равная интервалам времени между поступлением групп заявок (моделируется, например, с помощью метода обратной функции [5])

3. Помещаем полученные 0-моментов в список $R = [\tau_0, \tau_1, ..., \tau_k]$.

3.1. Введем список $\Pr = (0, s, ..., i)$, в котором элемент, стоящий на позиции i, равен j, если i-й 0 - момент соответствует поступлению заявки из j-го входящего потока, и равен 0 если i-й 0 - момент соответствует обслуживанию заявки.

Введем также список *Qeue*, в котором будут храниться номера очередей, из которых нужно брать заявку на обслуживание. Так как мы рассматриваем случай, когда заявки выбираются на обслуживание в порядке времен их поступления, то список *Qeue* будет такой же, как и список Pr за исключением нулей.

3.2. Полагаем $t = 0, i = 0$.

Предположим, что в начальный момент времени в СМО нет заявок, тогда для всех j:

– число заявок в СМО из разных потоков $k_j(0) = 0$;

–число заявок в очередях к СМО равно $Q_j(0) = 0$,

– число занятых линий обслуживания равно $\rho(0)=0$.

4.1. $i=i+1$, если $\tau_i \le T$, то $t=\tau_i$, $flag=\Pr[i]$. Иначе переходим в п.5.

4.2. Если заявка соответствует поступлению, т.е. $flag=j>0$, то число заявок в СМО из *j*–го потока увеличивается

$$k_j(i)=k_j(i-1)+1$$

и поступившая заявка становятся в очередь

$$Q_j(i)=Q_j(i-1)+1.$$

Если $\rho(i-1)=0$, то на обслуживание выбирается заявка из очереди, в соответствии со списком *Queue*: первый элемент списка *j* равен номеру очереди, из которой выбирается заявка на обслуживание; далее этот элемент из списка удаляется. Тогда

$$\rho(i)=1,\ Q_j(i)=Q_j(i)-1.$$

Для всех остальных индексов $l \ne j$

$$k_l(i)=k_l(i-1),\ Q_l(i)=Q_l(i-1).$$

4.3. Генерируем новый 0-момент, соответствующий времени окончания обслуживания заявки, и помещаем его в упорядоченный список R на позицию *l*, так чтобы выполнялось условие

$$\tau_{l-1} \le \tau_l < \tau_{l+1}.$$

В список Pr на позицию *l* помещаем элемент 0 (что соответствует окончанию обслуживания). Все элементы, начиная с номера *l*+1, сдвигаются на одну позицию вправо.

Возвращаемся в пункт 4.1.

4.4. Если τ_i соответствует окончанию обслуживания, т.е. $\Pr[i]=0$, то

4.4.1. Если список *Queue* пуст, т.е. все очереди пустые, то:

– число заявок в СМО из разных потоков $k_j(i)=0,\ \forall j$;

–число заявок в очередях к СМО равно $Q_j(i)=0,\ \forall j$,

– число занятых линий обслуживания равно $\rho(i)=0$,

Возвращаемся в п.4.1.

4.4.2. Если список *Queue* не пуст, то извлекаем из этого списка первый элемент (например, он равен *l*) и

– число заявок в СМО из разных потоков

$$k_j(i)=k_j(i-1),\ \forall j \ne l,\ k_l(i)=k_l(i-1)+1;$$

–число заявок в очередях к СМО равно

$$Q_j(i)=Q_j(i-1),\ \forall j \ne l,\ Q_l(i)=Q_l(i-1)-1;$$

– число занятых линий обслуживания равно $\rho(i) = 1$.

Возвращаемся в п.4.3.

5. Обработка полученных массивов k, Q и ρ.

Для того, чтобы получить средние характеристики СМО, имитационную модель «прогоняют» несколько раз (чем больше «прогонов», тем точнее результат) и для каждого момента времени находят среднее значение искомого показателя по всем «прогонам».

Заключение

Для полного анализа характеристик СМО и поиска оптимального варианта требуется многократное воспроизведение имитационного эксперимента, а также большие затраты машинного времени, связанные с этим. Однако в связи с отсутствием аналитических методов исследования СМО со многими очередями и произвольными законами распределения интервалов между поступлениями заявок и времен обслуживания, имитационное моделирование является единственным способом нахождения вероятностно-временных характеристик таких СМО.

Список литературы

1. Косарева, Е. В. Применение сетей массового обслуживания для решения задачи выбора оптимальной структуры информационной системы межбанковских расчетов/Е.В. Косарева// Информационные технологии. Радиоэлектроника. Телекоммуникации (ITRT-2012): сб. ст. III междунар. заочной науч.-технической конфер. Ч. 2. – Тольятти: Изд-во ПГУ, 2013.– С.10-15
2. Дичковский, А.Г. Об оптимальном распределении потоков сообщений в одной информационной системе/ А.Г. Дичковский [и др.] // Технологии информатизации и управления. ТИМ-2011: материалы II Междунар. науч.-практ. конф. – Гродно: ГрГУ, 2011.– С.21-26.
3. Дудин, А.Н. Практикум на ЭВМ по теории массового обслуживания :Учебное пособие / А.Н. Дудин, Г.А. Медведев, Ю.В. Меленец. — Мн.: “Электронная книга БГУ”, 2003. – 109 с.

Косарева Екатерина Владимировна, доцент кафедры стохастического анализа и эконометрического моделирования факультета математики и информатики Гродненского государственного медицинского университета, кандидат физико-математических наук, доцент, koluzaeva@gmail.com