

Применение НМ-сетей при нахождении средних суммарных объёмов памяти в серверных системах хранения и обработки информации.

Д. В. Заерко, М. А. Матальцкий

В статье проведено исследование сетевой вероятностной модели оценки суммарных объёмов памяти в системах хранения и обработки информации. Для прогнозирования объёмов памяти предлагается использовать НМ-сети массового обслуживания с разнотипными заявками, в которых каждая заявка имеет случайный объём. Рассматривается модель с двумя типами заявок.

Описаны условные вероятности случайных событий, связанных с поступлением и переходом заявок между системами исследуемой сети.

Получены выражения для среднего суммарного объёма заявок в системах сети в любой момент времени.

Введение

Одной из основных характеристик любой ИС является объем памяти, задействованной для её качественной работы. Кроме того, память является одной из самых дорогостоящих частей любой информационной системы (ИС).

В статье рассмотрен вопрос определения суммарных объёмов памяти, задействованной для хранения данных пользователя в дата-центре. Описана модель дата-центра. Для нахождения объёмов памяти в ИС разработана соответствующая методика, в основе которой лежит теория НМ-сетей массового обслуживания (МО).

Ранее подобная задача, но для другой информационной сети решалась в работе [1]. Более подробно полученные результаты представлены в статье [2].

Описание суммарного объёма памяти в дата-центре

Рассмотрим физическую структуру серверных систем хранения информации. Одним из важнейших условий существования дата-центров является сохранность информации. Безопасность обеспечивается, соблюдением правил распределённого хранения информации, а именно, шардингом и репликацией.

Шардинг предполагает логическое разделение данных по различным ресурсам, исходя из требований к нагрузке. Другими словами, хранение данных, характеризующихся одним типом (например, фамилией пользователя, индикаторным номером, расширением файла и т. д), осуществляется на одной отдельной группе файловых серверов (Slave), за работу с которой отвечает один сервер (Master). В свою очередь, за работу всей сети отвечает один Message-broker (т.е. распределения запросов между Master-серверами). При выходе из строя одного из Master серверов будут утеряны лишь часть данных (например, нескольких пользователей), потеря которых легко контролируема.

Репликация представляет синхронное/асинхронное копирование данных с ведущих Master-серверов на Slave- ведомые (или на ведущие) сервера. Фактически главный Master-сервер копирует одинаковые копии данных на

несколько Slave серверов. В случае выхода из строя одного из файловых Slave серверов данные останутся в сохранности на остальных. Управляющий сервер (Message broker) занимается распределением данных в зависимости от принадлежности к каждому шарду.

Рассмотрим теперь подробнее запросы, которые циркулируют в таких серверных системах. Сервисы после регистрации (платная/бесплатная) предоставляют пользователю возможность выбора необходимого объёма памяти для хранения личной информации. За единицу хранимой на сервере информации взимается плата, которая пропорциональна её объёму. Пользователь также может по прошествии некоторого времени изменять объёмы выделенной ему памяти, и как следствие, уменьшать (в случае запроса-заявки на уменьшение объёмов памяти) или увеличивать (в случае запроса-заявки на увеличение объёмов памяти) расходы на её хранение. Пользователь также может отправлять запросы на чтение, изменение, удаление интересующих его данных. За такого типа запросов оплата, как правило, не взимается, но может и взиматься; все зависит от условий регистрации. Данная структура запросов должна удовлетворять так называемому механизму CRUD. CRUD — (англ. *create, read, update, delete* — «Создание чтение обновление удаление») сокращённое именование 4 базовых функций при работе с перспективными хранилищами данных (создание, чтение, редактирование и удаление).

Одной из главных задач для проектировщика ИС является определение оптимальных объёмов памяти для ИС. Данные объёмы не должны быть слишком большими (в данном случае объёмы не будут использованы и средства на их закупку могут быть затрачены впустую), но и не слишком малыми (в этом случае возможен дефицит памяти и потеря клиентов, неудовлетворённых сервисом, которая вызовет финансовые потери).

Опишем прибыли и убытки ИС, от продажи памяти пользователям.

ИС получает доход:

—при первоначальной выдаче в пользование клиенту объёма памяти (доход равен объёму выделяемой памяти, при фиксированной стоимости единицы памяти);

—при последующем увеличении необходимого объёма памяти;

—при ежегодной плате, взимаемой за хранение информации, а также за обслуживание её (ежегодный доход равен пропорционален её объёму).

ИС получает убыток:

—при последующем уменьшении объёма памяти (через запрос, причем убыток ИС равен величине, на которую уменьшился объем памяти, используемой клиентом); этот случай также описывает потерю клиента—убыток равен всему объёму памяти, который был в распоряжении у выбывшего клиента.

ИС не получает ни прибыли ни убытка (в частном случае)

—при чтении, удалении, изменении информации (которая занимает некоторый объем), хранящейся на сервере.

Рассмотрим модель информационной сети в виде НМ-сети. Под клиентом, порождающим запросы (заявки) к серверу-Message Broker, будем понимать пользователя ИС, успешно прошедшего регистрацию и получившего некоторый начальный объем памяти в пользование.

Системы S_i , $i = \overline{1,27}$, представляют master-сервера осуществляющие передачу данных пользователя на файловые сервера. Число master-серверов обусловлено применением шардинга, который предполагает разбиение множества пользователей на группы по определённым признакам. В нашем случае, признаком разбиения является первая буква логина пользователя. Системы с двойной индексацией $S_{i,h}$, $i = \overline{2,27}$, $h = 1,2$, представляют собой файловые slave-сервера, на которых непосредственно осуществляется хранение данных пользователей.

Вероятности переходов заявок между системами p_{ij} определяется, учитывая частоты пользовательских запросов (учитываются их первая буква логина), $i, j = \overline{1,n}$.

За передачу заявок, учитывая их тип, отвечает единственный Master-сервер этой группы. Второй индекс в обозначениях систем указывает на число файловых серверов с одинаковым набором данных. Это обусловлено выполнением принципа репликации. Пользователь имеет право изменять объёмы выделяемой памяти в соответствии с собственными потребностями и финансовыми возможностями, а также делать простейшие CRUD запросы. Под заявкой будем понимать запрос пользователя к ИС на изменение объёма памяти на величину R_j в системе S_i . Величина изменения объёма памяти зависит от типа заявки $c = 1,2$. Для упрощения будем предполагать, что доход получает Master – сервер, который отвечает за Slave-сервера и Message Broker – сервер после определённого момента времени.

В случае, если из системы S_1 Message Broker – сервер заявка типа $c = 1$ поступает в систему S_j (т.е. в Master – сервер и на Slave-сервера, зависящие от него), то система S_j увеличивает свой объем на объем заявки, равный $R_{1,j}$.

В случае, если из системы S_1 заявка типа $c = 2$ поступает в систему S_j то объем данной системы уменьшится на величину, равную объёму заявки $R_{1,j}$. Этот случай описывает ситуацию, при которой пользователь просит уменьшить объем памяти, выделенный ему ранее, либо пользователь отказывается от использования вообще.

По истечении определённого периода времени системы S_i , $i = \overline{2,27}$, увеличивают объем системе S_1 . Он пропорционален объёму памяти, который на текущий момент занят данными пользователя и технической документацией, обеспечивающей доступ к данным.

В систему S_1 поступают заявки из системы S_0 , которая описывает внешнюю среду. Заявки не могут менять тип при переходе между системами.

Таким образом, объем заявок системы $S_i, i = \overline{1, 27}$, увеличивается или уменьшается при поступлении заявок определённого типа в них.

Метод нахождения суммарного объёма разнотипных заявок

Для нахождения суммарного объёма разнотипных заявок введём необходимые обозначения. Пусть μ_{ic} – интенсивность обслуживания заявок типа c в системе $S_i, i = \overline{1, n}, c = \overline{1, r}$. Обозначим через p_{jic} вероятность того, что заявка типа c после обслуживания в системе S_i поступает в систему S_j как заявка этого же типа (в общем случае тип заявки может меняться при переходе из системы в систему, однако будем предполагать постоянство типа заявок), $\sum_{j=0}^n p_{jic} = 1, p_{jic} \geq 0, i = \overline{1, n}, c = \overline{1, r}$. Дисциплины обслуживания заявок в системах сети FIFO. Заявка типа c , завершающая обслуживание в i -й СМО, с вероятностью p_{i0c} покидает сеть, $c = \overline{1, r}$. Заявка при переходе из системы S_i в систему S_j увеличивает (уменьшает) в последней СМО случайный объем заявок, и соответственно объем заявок в системе S_i уменьшится (увеличится) на эту величину, $i, j = \overline{1, n}$

Пусть $N_{ic}(t)$ – среднее число заявок типа c в системе S_i в момент времени $t, i = \overline{1, n}, c = \overline{1, r}$. Для нахождения этих величин можно получить систему ОДУ:

$$\frac{dN_{ic}(t)}{dt} = \sum_{\substack{j=1 \\ j \neq i}}^n \mu_{jc} p_{jic} \rho_{jc}(t) - \mu_{ic} \rho_{ic}(t) + \lambda p_{0ic}, i = \overline{1, n}, c = \overline{1, r}, \quad (1)$$

где λ – интенсивность простейшего потока заявок, $\rho_{ic}(t)$ – среднее число занятых линий в i -ой системе заявками типа c в момент времени t, μ_{ic} – интенсивность обслуживания заявок типа c в i -ой системе $c = \overline{1, r}$

Предположим, что заявки равномерно выбираются на обслуживание, тогда среднее число занятых линий обслуживания $\rho_{ic}(t)$ в системе S_i заявками типа c в момент времени t можно найти в виде [3]

$$\rho_{ic}(t) = \frac{N_{ic}(t)}{\sum_{c=1}^r N_{ic}(t)} m_i, i = \overline{1, n}, c = \overline{1, r} \quad (2)$$

где m_i – число линий обслуживания в системе S_i . Под линией обслуживания понимается один из процессоров на сервере, обрабатывающий запросы пользователей. Тогда система уравнений (1) примет вид

$$\frac{dN_{ic}(t)}{dt} = \sum_{\substack{j=1 \\ j \neq i}}^n \mu_{jc} p_{jic} \frac{N_{jc}(t)}{\sum_{c=1}^r N_{jc}(t)} m_i - \mu_{ic} \frac{N_{ic}(t)}{\sum_{c=1}^r N_{ic}(t)} m_i + \lambda p_{0ic}, i = \overline{1, n}, c = \overline{1, r}. \quad (3)$$

Найдем ожидаемые объёмы разнотипных заявок в сети МО, которая является открытой экспоненциальной НМ-сетью с разнотипными заявками и многолинейными СМО. Под состоянием сети будем понимать вектор размерности $n \times r$:

$$k(t) = (k, t) = (k_{11}, k_{12}, \dots, k_{1r}, k_{21}, k_{22}, \dots, k_{2r}, \dots, k_{n1}, k_{n2}, \dots, k_{nr}, t),$$

где k_{ic} – число заявок типа c в системе S_i , которые находятся в очереди на обслуживании, и пусть $k_i = \sum_{c=1}^r k_{ic}$, $i = \overline{1, n}$, $c = \overline{1, r}$. Требуется найти средние объёмы заявок в системах сети за время t при условии, что нам известно её состояние в начальный момент времени.

Опишем динамику изменения объёмов заявок некоторой системы S_i сети, $i = \overline{1, n}$. Пусть в начальный момент времени объем заявок этой системы был равен v_{i0} , $i = \overline{1, n}$. Нас будет интересовать объем заявок системы $V_i(t)$ в момент времени t , $i = \overline{1, n}$. Объем заявок системы в момент времени $t + \Delta t$ можно представить в виде

$$V_i(t + \Delta t) = V_i(t) + \Delta V_i(t, \Delta t),$$

где $\Delta V_i(t, \Delta t)$ – изменение объёма заявок СМО S_i на интервале времени $[t, t + \Delta t)$, $i = \overline{1, n}$. Пусть также СВ ξ_{ic} – время обслуживания заявки типа c в системе S_i с ф.р. $F_{\xi_{ic}}(t) = 1 - e^{-\mu_{ic}t}$, $i = \overline{1, n}$, $c = \overline{1, r}$. Пусть r_{ic} – СВ с заданным математическим ожиданием $\gamma_i^{(c)}$, означающая случайный объём заявки типа c , поступающей из внешней среды в систему S_i , $i = \overline{1, n}$, $c = \overline{1, r}$. Через R_{ijc} обозначим случайный объём заявок типа c , на который изменится объём заявок в системе S_i после перехода заявки этого типа из системы S_i в систему S_j , $i = \overline{1, n}$, $c = \overline{1, r}$. Далее, исходя из механизма функционирования рассмотренной информационной сети, будем рассматривать случай, когда $r = 2$.

Для нахождения объёма заявок выпишем условные вероятности событий, которые могут произойти за время Δt и изменения доходов системы S_i , связанные с этими событиями, $i = \overline{1, n}$. Возможны следующие ситуации.

1. С вероятностью $q_1(i, c, \Delta t) = \lambda p_{0ic} \Delta t + o(\Delta t)$ в систему S_i поступит заявка типа $c = 1$ из внешней среды, которая увеличит общий объём заявок в ней на r_{ic} .
2. С вероятностью $q_2(i, c, \Delta t) = \lambda p_{0ic} \Delta t + o(\Delta t)$ в систему S_i поступит заявка типа $c = 2$ из внешней среды, которая уменьшит общий объём заявок в ней на r_{ic} .
3. Заявка типа $c = 1$ из системы S_i перейдёт в систему S_j как заявка того же типа с вероятностью $q_3(i, j, c, \Delta t) = \mu_{ic} \rho_{ic}(t) p_{ijc} \Delta t + o(\Delta t)$, $j = \overline{1, n}$, $i \neq j$. При

таким переходе общий объем заявок в системе S_i уменьшится на величину r_{ic} , и одновременно увеличится на величину R_{jic} , $j = \overline{1, n}$, $i \neq j$, $c = 1$.

4. Заявка типа $c = 2$ из системы S_i перейдет в систему S_j как заявка того же типа с вероятностью $q_4(i, j, c, \Delta t) = \mu_{ic} \rho_{ic}(t) p_{ijc} \Delta t + o(\Delta t)$, $j = \overline{1, n}$, $i \neq j$. При таком переходе общий объем заявок в системе S_i увеличится на величину r_{ic} , и на R_{jic} одновременно, $j = \overline{1, n}$, $i \neq j$, $c = 2$.

5. С вероятностью

$$q_5(t, \Delta t) = 1 - \left(2\lambda \sum_{c=1}^2 \sum_{i=1}^n p_{0ic} + \sum_{c=1}^2 \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n \mu_{ic} \rho_i(t) p_{i,j,c} \right) \Delta t + o(\Delta t)$$

на отрезке времени Δt состояние сети не изменится.

Кроме того, за каждый малый промежуток времени Δt объем заявок в системе S_i увеличивается от нахождения в ней заявок типа c на величину $\eta_{ic} \Delta t = (\gamma_i^{(c)} w) \Delta t$, $i = \overline{1, n}$, $c = \overline{1, r}$, где $w = const > 0$ коэффициент наращивания. Будем считать, что СВ R_{jic} и η_{ic} попарно независимы, $i = \overline{1, n}$, $c = \overline{1, r}$. Пусть $\Delta V_i(t, \Delta t)$ – изменение объема заявок системы S_i на интервале времени $[t, t + \Delta t)$, связанное с переходами между СМО сети заявок типа c . Тогда из вышеуказанного следует

$$\Delta V_i(\Delta t) = \begin{cases} r_{ic} + \eta_{ic} \Delta t & c \text{ с вероятностью} & q_1(i, c, t, \Delta t), c = 1; \\ -r_{ic} + \eta_{ic} \Delta t & c \text{ с вероятностью} & q_2(i, c, t, \Delta t), c = 2; \\ r_{ic} + R_{jic} + \eta_{ic} \Delta t & c \text{ с вероятностью} & q_3(i, j, c, t, \Delta t), j = \overline{1, n}, i \neq j, c = 1; \\ -r_{ic} + R_{jic} + \eta_{ic} \Delta t & c \text{ с вероятностью} & q_4(i, j, c, t, \Delta t), j = \overline{1, n}, i \neq j, c = 2; \\ \eta_{ic} \Delta t & c \text{ с вероятностью} & q_5(t, \Delta t), c = \overline{1, 2}. \end{cases}$$

Найдём выражение для ожидаемых объемов заявок системы S_i в момент времени t . При фиксированной реализации процесса $k(t)$ можно записать

$$\begin{aligned} & M\{\Delta V_i(t, \Delta t) / k(t)\} = \\ & = (\gamma_{i1} + \alpha_{i1}) q_1(i, 1, t, \Delta t) + (\gamma_{i2} + \alpha_{i2}) q_1(i, 2, t, \Delta t) + (\gamma_{i1} + \beta_{ij1} + \alpha_{i1}) q_3(i, j, 1, t, \Delta t) + \\ & \quad + (-\gamma_{i2} + \beta_{ij2} + \alpha_{i2}) q_4(i, j, 1, t, \Delta t) + \sum_{c=1}^2 \alpha_{ic} q_5(t, \Delta t), i = \overline{1, n}. \end{aligned}$$

Далее, подставляя вместо $q_1(i, j, c, \Delta t)$, $q_2(i, j, c, \Delta t)$, $q_3(i, j, c, \Delta t)$, $q_4(i, j, c, \Delta t)$, $q_5(t, \Delta t)$ соответствующие вероятности переходов для заявок типа c , получим

$$\begin{aligned} & M\{\Delta V_i(t, \Delta t) / k(t)\} = (\gamma_{i1} + \alpha_{i1})(\lambda p_{0i1} \Delta t) + (-\gamma_{i2} + \alpha_{i2})(\lambda p_{0i2} \Delta t) + \\ & + \sum_{j=1}^n (\gamma_{i1} + \beta_{ij1} + \alpha_{i1})(\mu_{i1} \rho_{i1}(t) p_{ij1} \Delta t) + \sum_{j=1}^n (-\gamma_{i2} + \beta_{ij2} + \alpha_{i2})(\mu_{i2} \rho_{i2}(t) p_{ij2} \Delta t) + \left(\sum_{c=1}^2 \sum_{i=1}^n \alpha_{ic} \right) \times \end{aligned}$$

$$\times (1 - (2\lambda \sum_{c=1}^c \sum_{i=1}^n p_{0ic} + 2 \sum_{c=1}^c \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n \mu_{ic} \rho_{ic}(t) \Delta t)) + o(\Delta t), i = \overline{1, n}. \quad (4)$$

Введём обозначение δ_{ci}

$$\delta_{ic} = \begin{cases} \gamma_{i1} + \alpha_{i1}, c = 1. \\ \alpha_{i2} - \gamma_{i2}, c = 2. \end{cases}$$

Упростив (4) и учтя введённое обозначение, получим

$$M\{V_i(t, \Delta t)\} = f(i, t) \Delta t + o(\Delta t), i = \overline{1, n}, \quad (5)$$

где

$$f(i, t) = \lambda \left[(\delta_{i1} + \delta_{i2}) \sum_{c=1}^2 p_{0ic} \right] \Delta t + \sum_{c=1}^2 \left[\mu_{ic} \rho_{ic}(t) \left(\delta_{ic} \sum_{j=1}^n p_{ijc} + \sum_{j=1}^n \beta_{ijc} p_{ijc} \right) \right] \Delta t + \\ + \sum_{c=1}^2 \sum_{i=1}^n \left[\alpha_{ic} - 2 \left(\lambda \alpha_{ic} p_{0ic} + \sum_{j=1}^n \mu_{ic} \rho_{ic}(t) p_{ijc} \right) \right] \Delta t + o(\Delta t), i = \overline{1, n}.$$

Тогда для ожидаемого объёма заявок $v_i(t) = M\{V_i(t)\}$ системы S_i , согласно (5), будем иметь

$$v_i(t + \Delta t) = v_i(t) + M\{\Delta V_i(t, \Delta t)\} = v_i(t) + f(i, t) \Delta t + o(\Delta t),$$

и переходя к пределу при $\Delta t \rightarrow 0$, получим однородные ДУ первого порядка $\frac{dv_i(t)}{dt} = f(i, t)$. Поэтому окончательно суммарный объем заявок в системе S_i будет

равен:

$$MQ_i(t) = v_i(0) + v_i(t) = \lambda \left[(\delta_{i1} + \delta_{i2}) \sum_{c=1}^2 p_{0ic} \right] + \sum_{c=1}^2 \left[\mu_{ic} \left(\delta_{ic} \sum_{j=1}^n p_{ijc} + \sum_{j=1}^n \beta_{ijc} p_{ijc} \right) \int_0^t \rho_{ic}(\tau) d\tau \right] + \\ + \sum_{c=1}^2 \sum_{i=1}^n \left[\alpha_{ic} - 2 \left(\lambda \alpha_{ic} p_{0ic} + \sum_{j=1}^n \mu_{ic} p_{ijc} \int_0^t \rho_{ic}(\tau) d\tau \right) \right], i = \overline{1, n}. \quad (6)$$

Заключение

В данной статье представлен метод нахождения вероятностно-стоимостных характеристик различных ИС, а именно, определения необходимого объёма памяти в них, основанный на нахождении среднего суммарного объёма разнотипных заявок в моделях ИС с помощью НМ-сетей.

Учитывая связь объёмов заявок и доходов (убытков), которые они приносят после их обработки, можно находить доходы и убытки для каждой ИС. Основываясь на этом, можно делать выводы о целесообразности (с экономической точки зрения) функционирования ИС и результатах предпринимаемых действий для увеличения дохода и уменьшения убытков.

Результаты, полученные в статье, могут быть использованы при проектировании ИС, определении объёма памяти, задействованной в них, определении оптимального набора параметров.

Список литературы

1. Науменко, В.В. Исследование модели изменения доходов пункта коллективного пользования / Науменко. В.В // Вестник ГрГУ. Серия.2. Математика, физика, информатика, вычислительная техника и управление. – 2012. – №1. – С.143 – 157.
2. Заерко, Д.В. О нахождении средних суммарных объемов памяти в серверных системах хранения и обработки информации с помощью НМ-сетей / В.В. Заерко, М.А. Матальцкий // Вестник ГрГУ. Серия. 2. Математика, физика, информатика и вычислительная техника. – 2016. – № 2 (в печати).
3. Науменко, В.В. Прогнозирование доходов пункта коллективного пользования с нетерпеливыми клиентами / Науменко. В.В, Матальцкий. М.А.// Вестник ГрГУ. Серия.2. Математика, физика, информатика, вычислительная техника и управление. – 2012 – № 2(129) – С.135 – 144.

Заерко Денис Владимирович, магистрант кафедры фундаментальной и прикладной математики ГрГУ им. Я.Купалы (Гродно), zaerko1991@mail.ru.

Матальцкий Михаил Алексеевич, зав. кафедрой стохастического анализа и эконометрического моделирования ГрГУ им. Я.Купалы, доктор физико-математических наук, профессор, m.matalytski@gmail.com.