УДК 004

ИСПОЛЬЗОВАНИЕ МАТЕМАТИЧЕСКИХ ПАКЕТОВ ПРИ ПРОВЕДЕНИИ ЛАБОРАТОРНЫХ РАБОТ ПО КУРСУ «УРАВНЕНИЯ МАТЕМАТИЧЕСКОЙ ФИЗИКИ»

И.С. Козловская, К.В. Василевский

В докладе рассматривается методика и проблемы организации лабораторных работ по курсу «Уравнения математической физики» на кафедре компьютерных технологий и систем с использованием современных математических пакетов. Основное внимание уделено разумному и творческому сочетанию классических методов обучения и новых разработок в области информационных технологий.

При изучении студентами факультета прикладной математики и информатики курса «Уравнения математической физики», а также связанных с ним специальных курсов, основное внимание традиционно уделяется теоретическим вопросам для того, чтобы обеспечить в первую очередь классическую математическую подготовку студентов. Вместе с тем абстрактный уровень общенаучных дисциплин накладывает негативный отпечаток на усвоение курсов, приводит студентов к мнению о ненужности их изучения. Выход из создавшегося положения видится в проникновении элементов научных исследований в учебный процесс, в привлечении примеров практического применения методов изучаемых дисциплин.

В математической физике решение многих задач осуществляется громоздкими трудоемкими математическими методами. Применение вычислительной техники просто необходимо при численном решении рассматриваемых задач, чтобы обеспечить проникновение элементов научных исследований в учебный процесс, привлечь примеры практического применения методов изучаемых дисциплин. Студенты должны не только сами составлять программы при решении изучаемых задач, но и экспериментировать с готовыми программными средствами открытого типа. В этом направлении открываются широкие перспективы для использования мощных математических пакетов Mathcad, MatLab, Mathematica. Поэтому большое внимание уделяется и решению такой проблемы, как помощь современных средств компьютерной математики в более глубоком понимании студентами изучаемых ими классических математических тем. В рамках учебного курса «Уравнения математической физики» проводится работа по приобщению студентов к средствам современной компьютерной математики. В качестве базового инструментария выбран пакет Mathematica, являющийся на данный момент, по-видимому, наиболее мощным средством в своем классе программ и сочетающий в себе развитые графические функции, удобные средства программирования, позволяющий создавать и использовать процедуры и функции пользователя, имеющий развитые возможности по созданию и использованию динамических массивов и переменных. Все это позволяет сосредоточиться не на программировании задач, а на ее физической и математической стороне.

Непосредственно в рамках поддержки курса «Уравнения математической физики» студентам предлагается для изучения и самостоятельной разработки темы и примеры, базирующиеся на изучаемом ими материале, среди которых, можно отметить такие, как классификация уравнений с частными производными, расчеты, связанные с методами решения задачи Коши для уравнений гиперболического и параболического типа и методом разделения переменных для начально-краевых задач в областях различного типа и т. д.

Рассмотрим реализацию на примере уравнений колебаний мембраны:

```
In[1]:= weqn = D[u[x, y, t], {t, 2}] == Laplacian[u[x, y, t], {x, y}];
               |дифференцировать          |лапласиан

In[2]:= ic = {u[x, y, 0] == (x - x^2) (2 y - y^2),
           Derivative[0, 0, 1][u][x, y, 0] == x y (x + y)};
           |производная

In[3]:= bc = {u[x, 0, t] == 0,
           u[0, y, t] == 0, u[1, y, t] == 0, u[x, 2, t] == 0};

In[4]:= (sol = FullSimplify[
               |упростить в полном объёме
             u[x, y, t] /. DSolve[{weqn, ic, bc}, u, {x, y, t}][[1]],
                           |решить дифференциальные уравнения
             K[1] ∈ Integers && K[2] ∈ Integers]) /. {K[1] → n, K[2] → m} //
                    |множество целых чисел  |множество целых чисел
        TraditionalForm
        |традиционная форма
```

Out[4]//TraditionalForm=

$$\sum_{n=1}^{\infty}\sum_{m=1}^{\infty}\frac{1}{\pi^6 m^3 n^3}16\sin\left(\frac{\pi m y}{2}\right)\sin(\pi n x)$$

$$\left(\frac{\pi\left(\left((-1)^m\left(3\pi^2 m^2-4\right)+4\right)(-1)^n n^2-2(-1)^m m^2\left((-1)^n-1\right)\right)\sin\left(\pi t\sqrt{\frac{m^2}{4}+n^2}\right)}{\sqrt{m^2+4n^2}}+\right.$$

$$\left.4\left((-1)^m-1\right)\left((-1)^n-1\right)\cos\left(\pi t\sqrt{\frac{m^2}{4}+n^2}\right)\right)$$

In[5]:=
```
h[x_, y_, t_] = sol /. {∞ → 3} // Activate
```
активироват

Out[5]=

$$\frac{16\left(16\,\mathrm{Cos}\left[\frac{1}{2}\sqrt{5}\,\pi\,t\right]+\frac{\pi\left(-12+3\,\pi^{2}\right)\mathrm{Sin}\left[\frac{1}{2}\sqrt{5}\,\pi\,t\right]}{\sqrt{5}}\right)\mathrm{Sin}[\pi\,x]\,\mathrm{Sin}\left[\frac{\pi\,y}{2}\right]}{\pi^{6}}+$$

$$\frac{8\left(8-3\,\pi^{2}\right)\mathrm{Sin}\left[\frac{1}{2}\sqrt{17}\,\pi\,t\right]\mathrm{Sin}[2\,\pi\,x]\,\mathrm{Sin}\left[\frac{\pi\,y}{2}\right]}{\sqrt{17}\,\pi^{5}}+$$

$$\frac{16\left(16\,\mathrm{Cos}\left[\frac{1}{2}\sqrt{37}\,\pi\,t\right]+\frac{\pi\left(-4-9\left(8-3\,\pi^{2}\right)\right)\mathrm{Sin}\left[\frac{1}{2}\sqrt{37}\,\pi\,t\right]}{\sqrt{37}}\right)\mathrm{Sin}[3\,\pi\,x]\,\mathrm{Sin}\left[\frac{\pi\,y}{2}\right]}{27\,\pi^{6}}+$$

$$\frac{\left(16-12\,\pi^{2}\right)\mathrm{Sin}\left[\sqrt{2}\,\pi\,t\right]\mathrm{Sin}[\pi\,x]\,\mathrm{Sin}[\pi\,y]}{\sqrt{2}\,\pi^{5}}+$$

$$\frac{6\,\mathrm{Sin}\left[\sqrt{5}\,\pi\,t\right]\mathrm{Sin}[2\,\pi\,x]\,\mathrm{Sin}[\pi\,y]}{\sqrt{5}\,\pi^{3}}+$$

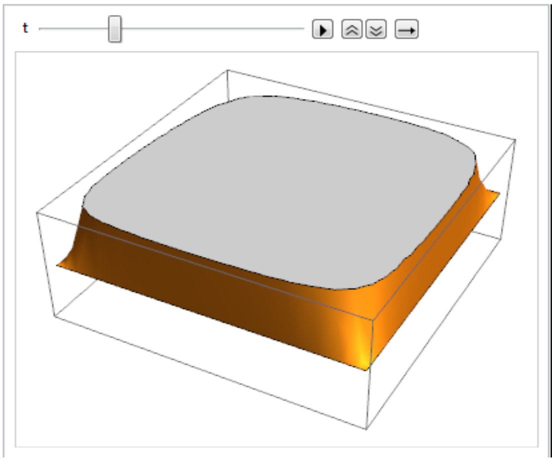
$$\frac{\left(16-108\,\pi^{2}\right)\mathrm{Sin}\left[\sqrt{10}\,\pi\,t\right]\mathrm{Sin}[3\,\pi\,x]\,\mathrm{Sin}[\pi\,y]}{27\sqrt{10}\,\pi^{5}}+$$

$$\frac{16\left(16\,\mathrm{Cos}\left[\frac{1}{2}\sqrt{13}\,\pi\,t\right]+\frac{\pi\left(-44+27\,\pi^{2}\right)\mathrm{Sin}\left[\frac{1}{2}\sqrt{13}\,\pi\,t\right]}{\sqrt{13}}\right)\mathrm{Sin}[\pi\,x]\,\mathrm{Sin}\left[\frac{3\,\pi\,y}{2}\right]}{27\,\pi^{6}}+$$

$$\frac{8\left(8-27\,\pi^{2}\right)\mathrm{Sin}\left[\frac{5\,\pi\,t}{2}\right]\mathrm{Sin}[2\,\pi\,x]\,\mathrm{Sin}\left[\frac{3\,\pi\,y}{2}\right]}{135\,\pi^{5}}+$$

$$\frac{16\left(16\,\mathrm{Cos}\left[\frac{3}{2}\sqrt{5}\,\pi\,t\right]+\frac{\pi\left(-36-9\left(8-27\,\pi^{2}\right)\right)\mathrm{Sin}\left[\frac{3}{2}\sqrt{5}\,\pi\,t\right]}{3\sqrt{5}}\right)\mathrm{Sin}[3\,\pi\,x]\,\mathrm{Sin}\left[\frac{3\,\pi\,y}{2}\right]}{729\,\pi^{6}}$$

In[6]:=
```
Animate[Plot3D[h[x, y, t], {x, 0, 1}, {y, 0, 2}, Ticks → False,
```
анимиро··· график функции 2-х переменных деления ложь
```
   Mesh → None, PlotRange → {-1/36, 1/36},
```
сетка ни од··· отображаемый диапазон графика
```
   PerformanceGoal → "Quality"], {t, 0, 8}, SaveDefinitions → True,
```
целевая установка производительности сохранять определения истина
```
  DefaultDuration → 12]
```
длительность по умолчанию



Данный пример показывает, что система «Mathematica» позволяет достаточно легко получать в явном виде решение соответствующих краевых и граничных задач для уравнений математической физики и позволяет за счёт средств графики и анимации наглядно видеть процесс, в частности колебания, описываемые конкретными уравнениями.

Список литературы

1. Ерофеенко, В.Т. Уравнения с частными производными и математические модели в экономике: Курс лекций / В.Т. Ерофеенко, И.С. Козловская – М.: Книжный дом «ЛИБРОКОМ», 2015. — 248 с.
2. Ерофеенко, В.Т., Козловская И.С. Аналитическое моделирование в электродинамике/ В.Т. Ерофеенко, И.С. Козловская – М.: Книжный дом «ЛИБРОКОМ», 2014. – 304 с.
3. Дьяконов, В. Mathematica: учеб. Курс/В. Дьяконов. М.: Питер, 2001. – 654с.

Козловская Инесса Станиславовна, доцент кафедры компьютерных технологий и систем факультета прикладной математики и информатики Белорусского государственного университета, кандидат физико-математических наук, доцент, kozlovskaja@bsu.by

Василевский Константин Викторович, доцент кафедры компьютерных технологий и систем факультета прикладной математики и информатики Белорусского государственного университета, кандидат физико-математических наук, доцент, vslk1983@gmail.com.